УДК 519.68: 681.51 512.573

ОБ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПРОСТРАНСТВ ЭВОЛЮЦИЙ ЗНАНИЙ

Костенко К. И.[1]

THE ALGORITHMIC PROPERTIES OF KNOWLEDGE EVOLUTIONS SPACES

Kostenko K.I.

Structural and functional properties are investigated for families of the infinite algorithmic processes that represent abstract operations above configurations of an abstract knowledge space which are generated by recursively enumerable sets of transition and stop operators that realize transformations of values of configurations components and recognition of such values as final.

Введение

Эволюции знаний — это вычислимые последовательности конфигураций абстрактного пространства знаний, извлекаемые из бесконечных алгоритмических процессов, реализующих переработку рекурсивно перечислимых последовательностей конфигураций. Всякое семейство таких процессов, порождаемых общими функциональными механизмами, определяет абстрактную операцию обработки знаний.

Результатом всякого бесконечного алгоритмического процесса является его фрагмент, образованный теми конфигурациями, которые эффективно распознаются как заключительные.

Определённое в настоящей работе понятие алгоритмического процесса в абстрактном пространстве знаний [1] основано на подходе к изучению свойств алгоритмов и порождаемых ими вычислений (разверток алгоритмов), предложенного Ю. И. Яновым [2, 3] и применённого автором в [4].

1. Вспомогательные определения

Обозначим через $\mathbf{R}$ бесконечное нумерованное множество, элементы которого называются семантическими зависимостями, содержащее пустую зависимость E, связывающую любые пары конфигураций.

Пространством конфигураций называется пара $\mathbf{M} = (M, \mathbf{d})$, где M — бесконечное нумерованное множество конфигураций, содержащее пустую конфигурацию Λ, а $\mathbf{d} = (\varepsilon, \psi)$ — декомпозиция конфигураций, образованная вычислимыми отображениями разложения и связывания конфигураций $\varepsilon : M \to M \times M$ и $\psi : M \to R$ [1].

Разложение конфигураций — это всюду определенное вычислимое отображение $\varepsilon : M \to M \times M$, для которого:

1. $\varepsilon(\Lambda, \Lambda) = \Lambda$;
2. $\forall\, z_1, z_2 \in M\, \exists\, z \in M(\varepsilon(z) = (z_1, z_2))$.

Отображение ψ для всякой конфигурации z определяет семантическую зависимость $\psi(z)$, которая выполняется между конфигурациями пары $\varepsilon(z)$.

Разложению конфигураций ε сопоставим вычислимое отображение $d_\varepsilon : M \to N$, определяемое соотношениями:

– $d_\varepsilon(z) = 0 \leftrightarrow z = \Lambda$;

– $d_\varepsilon(z) = 0 = \max(d_\varepsilon(z_1), d_\varepsilon(z_2)) + 1$, если $\varepsilon(z) = (z_1, z_2)$.

Здесь N — множество всех целых неотрицательных чисел.

Конфигурация z называется элементарной для разложения ε, если $\varepsilon(z) = (\Lambda, \Lambda)$.

Будем рассматривать декомпозиции, для которых выполняются следующие условия:

– множества элементарных конфигураций являются бесконечными и имеют однозначные

[1]Костенко Константин Иванович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных технологий, начальник отдела разработки информационных систем Центра интернет Кубанского государственного университета.

вычислимые нумерации, для которых номер Λ равен 0;

– для каждой пары конфигураций (z_1, z_2) множество $M_\varepsilon(z_1, z_2) = \{z|\varepsilon(z) = (z_1, z_2)\}$ конфигураций, отображаемых ε в эту пару — бесконечное.

На множествах $M_\varepsilon(z_1, z_2)$ отображение ψ является инъективным. Существует рекурсивно перечислимая последовательность однозначных вычислимых нумераций $\eta_{(z_1,z_2)}$ множеств $M_\varepsilon(z_1, z_2)$. Для каждой такой нумерации отображение $\nu : N \to R$ определяемое соотношением $\nu(n) = \psi(\eta_{(z_1,z_2)}(n))$ является однозначной вычислимой нумерацией множества $\{\psi(z)|z \in M_\varepsilon(z_1, z_2)\}$. При этом пустая зависимость всегда получает номер 0.

Пусть I — множество всех конечных слов в алфавите $\{0, 1\}$, включающее пустое слово λ. Определим отображение элементов I в вершины бесконечного бинарного дерева с помощью соотношений:

1) слову λ соответствует корневая вершина дерева;

2) если слову $\alpha \in I$ соответствует вершина v, то словам $\alpha 0$ и $\alpha 1$ соответствуют вершины, являющиеся левым и правым потомками v.

Обозначим как D бесконечное нагруженное бинарное дерево, вершинами которого являются элементы множества I. Корню соответствует λ, а левым и правый потомки всякой вершины $\alpha \in I$ являются вершины $\alpha 0$ и $\alpha 1$. Если $\alpha \in I$, то I_α обозначает множество двоичных последовательностей, начинающихся с α.

Пусть $z \in M$ и $\alpha \in I$. Обозначим через $(z)_\alpha$ конфигурацию, определяемую соотношениями:

1. $(z)_\lambda = z$;
2. $(z)_0 = z_0$ и $(z)_1 = z_1$, если $\varepsilon(z) = (z_0, z_1)$ и $\varepsilon(z) \neq (\Lambda, \Lambda)$;
3. $(z)_\alpha = ((z)_\beta)_\sigma$, если $\alpha = \beta\sigma$, где, $\beta \in I$, $\sigma \in \{0, 1\}$;
4. $(z)_\alpha = \Lambda$, в остальных случаях.

Если отображение d_ε является всюду определённым, то декомпозиция позволяет определить полное арифметическое представление (ПАП) конфигураций из M с помощью двоичных деревьев, вершины которых размечены целыми неотрицательными числами.

Если $z \in M$, то множество

$$D(z) = \big\{\alpha|(\alpha = \lambda) \vee ((\alpha = \beta\sigma)\ \& \\ \&\ (\sigma \in \{0,1\})\ \&\ (\varepsilon((z)_\beta) \neq (\Lambda, \Lambda)))\big\}$$

называется множеством вершин полного структурного представления (ПАП) конфигурации z в разложении ε. Множество висячих вершин ПАП z обозначим как $O(z)$.

Разметку вершин $\alpha \in O(z)$ образуют номера элементарных конфигураций, а разметки вершин $\alpha \in D(z) \backslash O(z)$ представляют числа, сопоставляемые семантическим зависимостям, определяемым отображением ψ для конфигураций $(z)_\alpha$.

Если $z \in M$ и $\gamma \in I$, то обозначим через $[z]^\gamma$ значение

$$[z]^\gamma = \begin{cases} n, \text{ если } \gamma \in D(z)\ \& \\ \ \text{значение компоненты } \gamma \\ \ \text{в ПАП } z \text{ равно } n \\ \varnothing, \text{ иначе} \end{cases}$$

2. Пространства эволюций знаний

Пусть T и G множества всех вычислимых отображений вида $f : M \to N \cup \{\varnothing\}$ и $g : I_0 \to N$, для которых существуют главные нумерации ν_T и ν_G [5, 6].

Всякая пара (T, S) всюду определенных функций из T, для которой $\mathrm{Val}(S) \subseteq \{0, 1, \varnothing\}$, называется элементарным оператором. Отображения T и S в составе элементарного оператора (T, S) назовём операторами перехода и остановки, соответственно.

Семейство операторов перехода $\{T_\alpha|\alpha \in I_0\}$ назовём согласованным, если

$$\forall \alpha, \beta \in I_0 \forall z \in M (T_\alpha(z) = \varnothing\ \& \\ \&\ \beta = \alpha\rho \to T_\beta(z) = \varnothing)\ \&\ (T_\lambda(z) \neq \varnothing).$$

Семейство операторов остановки $\{S_\alpha|\alpha \in I_0\}$ назовём согласованным, если

$$\forall \alpha, \beta \in I_0 \forall z \in M \forall \sigma \in \{0, 1\} \\ (((z)_{\alpha 0} = \Lambda\ \&\ (z)_{\alpha 1} = \Lambda) \leftrightarrow S_{\alpha\sigma}(z) = \varnothing)$$

Определение 1. Рекурсивно перечислимое семейство элементарных операторов

$$\{(T_\alpha, S_\alpha)|\alpha \in I_0\},$$

для которого множества $\{T_\alpha|\alpha \in I_0\}$ и $\{S_\alpha|\alpha \in I_0\}$ являются согласованными, называется базисом пространства эволюций знаний.

Базис пространства эволюций знаний $\{(T_\alpha, S_\alpha)|\alpha \in I_0\}$ будем называть просто базисом и обозначать как

$$\bigoplus_{\alpha \in I_0} (T_\alpha, S_\alpha).$$

Пусть U_T и U_G соответствующие ν_T и ν_G универсальные функции для множеств функций T и G, определяемые соотношениями

$U_T(n,z) = (\nu_T n)(z)$ и $U_G(n,\alpha) = (\nu_G n)(\alpha)$.

Пара чисел $(k,d) \in N \times N$ порождает базис пространства эволюций знаний $F = \bigoplus\limits_{\alpha \in I_0} (T_\alpha, S_\alpha)$, если

$$\forall \alpha \in I_0 \, \forall z \in M (T_\alpha(z) = U_T(U_G(k,\alpha), z) \ \& \\ \& \ S_\alpha(z) = U_T(U_G(d,\alpha), z)).$$

То есть элементы пары (k,d), задают ν_G — номера функций из G, сопоставляющих каждой компоненте $\alpha \in I_0$ значения ν_T-номеров операторов T_α и S_α соответственно.

Множество, образованное парами неотрицательных целых чисел, порождающих базисы пространств эволюций знаний, обозначим как A.

Теорема 1. A является алгоритмически неразрешимым множеством.

Пусть $z \in M$. Образуем конфигурацию

$$z^0 = \Lambda \oplus z.$$

Если $F = \bigoplus\limits_{\alpha \in I_0} (T_\alpha, S_\alpha)$ некоторый базис, то определим множество

$$D_F(z) = \{\alpha | \alpha \in I_0 \ \& \ T_\alpha(z) \neq \varnothing\} \cup (I_1 \cap D(z)).$$

Обозначим как z' конфигурацию, ПАП которой образует дерево с вершинами из множества $P = \{\beta | T_{0\beta}(z) \neq \varnothing\}$, для которого $\forall \beta \in P([z']^\beta = T_\beta(z))$.

Тогда $FT(z)$ обозначает конфигурацию, определяемую соотношениями

$$\forall \alpha \in D_F(z) (\alpha \in I_0 \to ([FT(z)]^\alpha = [z']^\alpha)) \ \& \\ \& \ (\alpha \in I_1 \to ([FT(z)]^\alpha = [z]^\alpha)) \ \& \ ([z]_\lambda = 0).$$

$FT(z)$ — это конфигурация, в ПАП которой преобразуется ПАП произвольная конфигурация $z \in M$ с помощью однократного применения операторов перехода из базиса F.

Алгоритмический процесс, порождаемый F для начальной конфигурации $z \in M$ (эволюция z в пространстве эволюций знаний с базисом F), является бесконечной последовательностью конфигураций $W_F(z) = z^0, z^1, z^2, \ldots, z^i, \ldots$, задаваемой соотношениями

$$z^0 = \Lambda \oplus z;$$

$$\forall \, i > 0 \ (z^i = FT(z^{i-1})).$$

Значение верхнего индекса в записи конфигурации z^i называется номером шага или моментом времени для алгоритмического процесса $W_F(z)$. Конфигурация z^0 соответствует началу процесса $W_F(z)$ в момент времени, равный нулю. Переход в $W_F(z)$ от z^i к z^{i+1}, $i = 0,1,2,\ldots$, называется шагом процесса.

Значением процесса $W_F(z) = \{ z^i \big| \, i = 0,1,\ldots\}$ в компоненте $\alpha \in I_0$ называется последовательность

$$\omega = \{((z^i)_\alpha, i) | S_\alpha(z^i) = 0\}.$$

Если ω — значение $W_F(z)$ в $\alpha \in I_0$, то первые компоненты пар из ω образуют последовательность, состоящую из α-подконфигураций таких конфигураций $z^i \in W_F(z)$, что $S_\alpha(z^i) = 0$. Значениями второй компоненты пар из ω являются номера шагов процесса $W_F(z)$, для которых $S_\alpha(z^i) = 0$. Эти значения определяют моменты времени для $W_F(z)$, в которые к ω добавляются новые пары.

Значения процесса $W_F(z)$ могут быть конечными (в том числе пустыми) или бесконечными.

Значение алгоритмического процесса $W_F(z)$ для $\alpha \in I_0$, обозначим через $F_\alpha(z)$.

Определение 2. Последовательность

$$\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in M \times N \ \& \ i = 0,1,2,\ldots\}$$

называется эволюцией отдельного знания, если существуют такие базис F, конфигурация z и компонента $\alpha \in I_0$, что $\omega = F_\alpha(z)$.

Обозначим через Ω_1 множество всех возможных эволюций знаний.

Эволюция отдельного знания $\omega \in \Omega_1$ считается заданной, если для неё определена выполняемая по шагам эффективная процедура пересчета элементов ω, порождающая пару $(z_i, t_i) \in \omega$ на шаге с номером t_i.

Последовательности первых и вторых компонент пар из $\omega \in \Omega_1$ называются левым и правым следами ω и обозначаются как $L(\omega)$ и $R(\omega)$.

Базисы позволяют задавать алгоритмические процессы для произвольных элементов Ω_1 в качестве начальных данных.

Для этого конфигурации, являющиеся первыми компонентами пар вычислимых последовательностей

$$\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in M \times N \ \& \ i = 0,1,2,\ldots\},$$

размещаются в области I_1 ПСП конфигураций в моменты времени $t_i, i = 0,1,2,\ldots$, и используются операторами перехода и остановки базиса F, для определения последовательно пересчитываемых значений, сопоставляемых элементам области I_0.

Определим бесконечную последовательность конфигураций $\{c(\omega)_i\}$, $i = 0, 1, 2, \ldots$, соотношениями

$$c(\omega)_0 = \begin{cases} z_0, \text{ если } t_0 = 0, \\ \Lambda, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

$$c(\omega)_i = \begin{cases} z_j, \text{ если } t_j = i, \\ \mathrm{c}(\omega)_{i-1}, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритмический процесс, порождаемый базисом $F = \underset{\alpha\in I_0}{\oplus}(T_\alpha, S_\alpha)$ для начального значения $\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in M \times N \ \& \ i = 0, 1, 2, \ldots\}$ — это последовательность конфигураций $W_F(z) = z^0, z^1, z^2, \ldots, z^i, \ldots$, определяемая соотношениями

$$z^0 = \Lambda \oplus c(\omega)_0;$$

$$\begin{aligned} &\forall i > 0 \forall \alpha \in I(\alpha \in I_0 \to \\ &\quad \to ([z^i]^\alpha = [FT(z^{i-1})]^\alpha)) \ \& \\ &\& \ (\alpha \in I_1 \to ([z^i]^\alpha = [c(\omega)_i]^\alpha)) \ \& \ ([z^i]^\lambda = 0). \end{aligned}$$

Значением алгоритмического процесса $W_F(z) = z^0, z^1, z^2, \ldots, z^i, \ldots$ в компоненте $\alpha \in I_0$ называется последовательность

$$\omega' = \{((z^i)_\alpha, i) | S_\alpha(z^i) = 0\}.$$

Значение алгоритмического процесса $W_F(\omega)$ в компоненте α обозначим как $F_\alpha(\omega)$.

Определение 3. Последовательность

$$\omega = \{(z_i, t_i) | (z_i, t_i) \in M \times N \ \& \ i = 0, 1, 2, \ldots\}$$

называется эволюцией знаний, если существуют такие базис F, вычислимая последовательность

$$\begin{aligned} \omega' = \{(z'_i, t'_i) | (z'_i, t'_i) \in M \times N \ \& \\ \forall i \in \{0, 1, 2, \ldots\}(t'_i < t'_{i+1})\} \end{aligned}$$

и компонента $\alpha \in I_0$, что $\omega = F_\alpha(\omega')$.

Всякий алгоритмический процесс является эволюцией знаний, если операторы остановки в составе базиса для этого процесса принимают два значения 0 и $\varnothing$.

Для всякого базиса $F = \underset{\alpha\in I_0}{\oplus}(T_\alpha, S_\alpha)$ и конфигурации $z \in M$ справедливо соотношение $W_F(z) = W_F(\{(z, 0)\})$.

Определим последовательность множеств $\Omega_0, \Omega_1, \ldots$ соотношениями:

$$\Omega_0 = \{(z, 0) | z \in M\};$$

$\Omega_{i+1} = \{\omega |$ существуют такие $\omega' \in \Omega_i, \alpha \in I_0$, $\alpha \in I_0$ и базис $F = \underset{\beta\in I_0}{\oplus}(T_\beta, S_\beta)$, что $\omega = F_\alpha(\omega')\}$.

Элементы множеств $\Omega_i, i = 0, 1, 2, \ldots$, являются вычислимыми последовательностями, а Ω_1 образовано всеми эволюциями отдельных знаний.

Теорема 2. $\Omega_1 = \Omega_2$.

Следствие. $\Omega_0 \subset \Omega_1$.

Теорема 3. $\forall i > 0(\Omega_i = \Omega_{i+1})$.

Следовательно, множества $\Omega_i, i = 0, 1, 2, \ldots$, совпадают с множеством всех эволюций знаний.

Обозначим последнее множество как Ω.

Определение 4. Множество $W \subseteq \Omega$ является рекурсивно перечислимым, если существует такая вычислимая функция $f : N^2 \to N^2$, что

$$\begin{aligned} \forall \omega \in W \, \exists n \in N(\omega = \{(z_i, t_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\} \leftrightarrow \\ \forall i(f(n, i) = (\nu^{-1}(z_i), t_i))); \end{aligned}$$

$$\forall n \in N(\{(z_i, t_i) | f(n, i) = (\nu^{-1}(z_i), t_i)\} \in W).$$

Отображение f последнего определения для каждого n и значений $i = 0, 1, 2, \ldots$ порождает элементы некоторой эволюции знаний $\omega \in W$. Функция f определяет вычислимую нумерацию ν_w множества W, определяемую как

$$\begin{aligned} \nu_w(n) = \{(z_i, t_i)t | f(n, i) = \\ = (\nu^{-1}(z_i), t_i), i = 0, 1, 2, \ldots\}. \end{aligned}$$

Теорема 4. Множество Ω рекурсивно перечислимое.

3. Свёртки эволюций знаний

Если F является базисом и $\omega \in \Omega$, то определим множество $F(\omega) = \{\, F_\alpha(\omega) | \, \alpha \in I_0\}$.

Рассмотрим вопрос возможности совместного представления элементов $F(\omega)$ с помощью одной эволюции знаний.

Определение 5. Эволюция знаний $\omega \in \Omega$ называется свёрткой семейства $Q = \{\omega_\alpha | \alpha \in I_0\}$, если существует биективное отображение h — множества пар в составе эволюций из Q и соответствующих им компонент $\alpha \in I_0$ на множество пар в ω, для которого из выполнимости условий

$$(z', t') \in \omega_\alpha \text{ и } h((\alpha, z', t') = (z', \tau'),$$

$$(z'', t'') \in \omega_\beta \text{ и } h((\beta, z'', t'') = (z'', \tau'')$$

следует что

$$t' < t'' \to \tau' < \tau'';$$

$$t' = t'' \;\;\&\;\; \alpha \subset \beta \to \tau' = \tau''.$$

Если $\omega \in \Omega$ является свёрткой семейства $Q = \{\omega_\alpha | \alpha \in I_0\}$, то для обозначения ω будет использоваться запись $\omega = \bigoplus\limits_{\alpha \in I_0} (\omega_\alpha)$.

Если $\omega \in \Omega$ — свёртка семейства эволюций знаний Q, то Q называется разложением ω.

Теорема 5.

$$\forall F = \bigoplus_{\alpha \in I_0} (T_\alpha, S_\alpha) \exists F^* = \bigoplus_{\alpha \in I_0} (T^*_\alpha, S^*_\alpha) \exists$$
$$\exists \beta \in I_0 \forall \omega \in \Omega (F^*_\beta(\omega) = \bigoplus_{\alpha \in I_0} (F_\alpha(\omega))).$$

Следовательно, ответ на поставленный выше вопрос положительный для любых пространств эволюций знаний и эволюций знаний.

4. Изоморфизм эволюций знаний

Пусть заданы две эволюции знаний $\omega_1 = \{(z_i, t_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$ и $\omega_2 = \{(z_i, \tau_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$, для которых

$$L(\omega_1) = L(\omega_2).$$

Будем говорить, что ω_1 получается из ω_2

1) *сжатием* по времени, если

$$\forall i \in N((t_{i+1} - t_i) \leqslant ((\tau_{i+1} - \tau_i) \;\;\&\;\; (t_{i+1} \leqslant \tau_{i+1}));$$

2) *растяжением* по времени, если

$$\forall i \in N((t_{i+1} - t_i) \geqslant ((\tau_{i+1} - \tau_i) \;\;\&\;\; (t_{i+1} \geqslant \tau_{i+1}));$$

3) *сдвигом* по времени, если

$$\exists k \in \{0, 1, -1, 2, -2, \ldots\} \forall i \in N(t_i = \tau_i + k).$$

Определение 6. Эволюции знаний $\omega_1 = = \{(z_i, t_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$, $\omega_2 = \{(z_i, \tau_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$, для которых $L(\omega_1) = L(\omega_2)$ называются изоморфными.

Теорема 6. Если $\omega_1 = \{(z_i, t_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$ и $\omega_2 = \{(z_i, \tau_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$ — изоморфные, то ω_1 может быть получено из ω_2 с помощью однократного применения операций сжатия, растяжения и сдвига.

Отношение изоморфизма на множестве Ω обозначим как $\equiv$.

Если F — базис, а $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ являются изоморфными, то $F_\alpha(\omega_1)$ и $F_\alpha(\omega_2)$ могут оказаться не изоморфными.

Определение 7. Вычислимое отображение $f : \Omega \to \Omega$ называется консервативным или k-функцией, если

$$\forall \omega_1, \omega_2 \in \Omega (\omega_1 \equiv \omega_2 \to f(\omega_1) \equiv f(\omega_2)).$$

Множество всех k-функций обозначим как K. Такие функции реализуют преобразования множества Ω в себя, а их значения определяются последовательностями конфигураций в составе эволюций знаний и не зависят от вторых компонент пар, составляющих эволюции знаний.

Тогда $L(f(\omega))$ представляется серией расширяющихся последовательностей $L_i, i = 0, 1, 2, \ldots$, образованных конфигурациями из $L(f(\omega))$, в которые f отображает начала ω, составленные из $i = 0, 1, 2, \ldots$ начальных пар эволюции знаний ω.

Если $\omega \in \Omega$ и $t \in N$, то запись $\omega | t$ используется для обозначения начала ω, содержащего лишь такие пары (z, τ), что $\tau \leqslant t$.

Пусть $f \in K$ и $\omega \in \Omega$, где $\omega = \{(z_i, t_i) | i = 0, 1, 2, \ldots\}$. Определим семейство последовательностей конфигураций D_i, $i = 0, 1, 2, \ldots$, соотношениями

$$D_0 = L(f(\varpi)), D_1 = L(f(\omega) | t_1), \ldots,$$
$$D_i = L(f(\omega) | t_i) \backslash D_{i-1},$$

где ϖ — пустая эволюция знаний.

Тогда D_i, образовано теми конфигурациями из $L(f(\omega))$, которые добавляются к $f((\omega) | t_{i-1})$, образуя значение $f(\omega) | t_i$.

Поэтому справедливо свойство

$$\forall f \in K \forall \omega \in \Omega (L(f(\omega)) = D_1 D_2 \ldots D_i \ldots).$$

Определим функцию $\psi_f : M^* \times M \to M^*$, значения которой удовлетворяют условию

$$\forall \omega = \{(z_i, t_i) | i = 1, 2, \ldots\} \in \Omega \; \forall i \in N$$
$$(\psi_f(L((\omega | t_{i-1}), z_i) = D_i).$$

Теорема 7. Существует консервативная функция f, для которой ψ_f является невычислимой.

Последняя теорема показывает, что для консервативных функций $f : \Omega \to \Omega$ невозможно эффективное разбиение $L(f(\omega))$ на серии фрагментов, соответствующих конфигурациям из последовательно идущих пар в составе ω.

5. Морфизмы эволюций знаний

Определение 8. Вычислимое отображение $\mu : \Omega \to \Omega$ называется морфизмом эволюций знаний, если

$$\forall \omega', \omega'' \in \Omega\ \forall t \in N(\omega'|t = \omega'' \to \exists \tau \in N(L(\mu(\omega'')) = L(\mu(\omega'|\tau))).$$

Множество всех морфизмов эволюций знаний обозначим как Θ.

Понятие морфизма эволюций знаний обобщает понятие морфизма алгоритмических процессов, определенное в [4].

6. Универсальность пространств эволюций знаний

Пусть ν_M и ν_I — две однозначных вычислимых нумерации множеств M и I_0.

Пусть D_T и D_G — области определения функций $U_T(n,z)$ и $U_G(n,\alpha)$, а $\Phi_T(n,z)$ и $\Phi_G(n,\alpha)$ — меры вычислительной сложности функций U_T и U_G [7], а φ_T — однозначная вычислимая нумерация множества $N \times M$.

Определим вспомогательную функцию $\pi_T : N \to N$ с помощью соотношений

$$\pi_T(0) = \min k(\forall p < k(\Phi_T(\varphi_T(p)) > \Phi_T(\varphi_T(k))));$$

$$\pi_T(t{+}1) = \min k(k \notin \{\pi_T(i)|i = 0,1,2,\ldots,t\}\ \&\ \forall p < k((p \notin \{\pi_T(i)|i = 0,1,2,\ldots,t\} \to (\Phi_T(\varphi_T(p)) > \Phi_T(\varphi_T(k)))).$$

Данная функция позволяет организовать однозначный пересчёт всех φ_T — номеров таких пар $(n,z) \in N \times M$, для которых значения $U_T(n,z)$ являются определенными.

Пусть $l(x)$ — функция значения левой компоненты пары чисел из N с номером x в канторовской нумерации всех пар чисел из N [6].

Тогда функция

$$\Pi_T(t) = \varphi_T(\pi_T(l(t)))$$

порождает рекурсивный пересчет множества D_T, в котором всякий элемент этого множества встречается бесконечно много раз.

Пусть γ_G — однозначная вычислимая нумерация множества $N \times I_0$.

Определим вспомогательную функцию $\pi_G : N \to N$ соотношениями

$$\pi_G(0) = \min k(\forall p < k(\Phi_G(\gamma_G(p)) > \Phi_G(\gamma_G(k))));$$

$$\pi_G(t{+}1) = \min k(k \notin \{\pi_G(i)|i = 0,1,2,\ldots,t\}\ \&\ \forall p < k((p \notin \{\pi_G(i)|i = 0,1,2,\ldots,t\} \to (\Phi_G(\gamma_G(p)) > \Phi_G(\gamma_G(k)))).$$

Функция $\Pi_G(t) = \gamma_G(\pi_G(l(t)))$ порождает рекурсивный пересчет множества D_G, в котором каждый элемент этого множества встречается бесконечное количество раз.

Обозначим как Ξ множество всех всюду определённых вычислимых отображений $\xi : I_0 \to I_0$.

Определение 9. Пространство эволюций знаний с базисом $F^u = \bigoplus_{\alpha \in I_0} (T^u_\alpha, S^u_\alpha)$ называется универсальным, если

$$\forall F = \bigoplus_{\alpha \in I_0} (T_\alpha, S_\alpha)\ \exists \mu_F \in \Xi\ \forall \omega \in \Omega\ \forall \alpha \in I_0\ (L(F_\alpha(\omega)) = L(F^U_{\xi(\alpha)}(\mu_F(\omega)))).$$

Теорема 8. Существует универсальное пространство эволюций знаний.

Доказательство последней теоремы осуществляется пошаговым моделированием процессов произвольных пространств эволюций знаний, порождаемых парами (k,d).

Неразрешимость множества таких пар учитывается при моделировании действиями по проверке возможности выполнения одного шага и распознавания заключительных конфигураций с помощью процесса нахождения значений функций, определяемых по значениям чисел k и d, и используемым в качестве операторов перехода и остановки в составе базиса соответствующего пространства эволюций знаний.

При моделировании используются определённые выше вспомогательные функции $\Pi_T(t)$ и $\Pi_G(t)$.

Заключение

Настоящая работа завершает описание основных компонент абстрактных пространств знаний, к которым относятся семантические пространства, пространства конфигураций, а также пространства типовых структур конфигураций и эволюций знаний [1]. Понятия эволюции знаний является абстрактно-алгоритмическим, поскольку опирается на арифметические представления конфигураций с помощью деревьев, нагруженных целыми неотрицательными числами. Система определений и результатов настоящей работы позволяет установить существенные алгоритмические свойства пространств эволюций знаний.

Литература

1. *Костенко К. И.* Трассирования конфигураций абстрактного пространства знаний // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2007. № 2. С. 10–15.
2. *Янов Ю.И.* Метод сверток для разрешения свойств формальных систем. Препринт ИПМ № 11 за 1977 г.
3. *Янов Ю.И.* Несколько теорем о свертках. Препринт ИПМ № 95 за 1978 г.
4. *Костенко К.И.* Классы алгоритмов и вычислений // ДАН СССР. 1985. Т. 280. С. 33–37.
5. *Ершов Ю.Л.* Теория нумераций. М.: Наука, 1977. 440 с.
6. *Мальцев А.И.* Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1968. 340 с.
7. *Блюм М.* Машинно-независимая теория сложности рекурсивных функций. В сб. «Сложность алгоритмов и вычислений». М.: Мир, 1974. 401–421 с.

Статья поступила 23 октября 2007 г.
Кубанский государственный университет, г. Краснодар

Исследуются структурные и функциональные свойства семейств бесконечных алгоритмических процессов, моделирующих абстрактные операции над конфигурациями абстрактного пространства знаний, которые порождаются рекурсивно перечислимыми семействами операторов перехода и остановки, реализующими преобразования значений компонент структурных представлений конфигураций и распознавание таких значений как заключительных.