На правах рукописи

БЕЛЯК ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА

ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ С УЧЕТОМ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Ростов-на-Дону – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ростовский государственный университет путей сообщения»

Научный консультант: **Колесников Владимир Иванович**, академик РАН, доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Индейцев Дмитрий Анатольевич**, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель ФГБУН «Институт проблем машиноведения Российской академии наук»

Наседкин Андрей Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математическое моделирование» Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет

Соловьев Аркадий Николаевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки **Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)**

Защита состоится « 22 » апреля 2022 г. в 14^{00} на заседании диссертационного совета 24.2.320.03 на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет» по адресу: 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Кубанского государственного университета 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149 и на сайте https://kubsu.ru/node/2519.

Автореферат разослан «__» _____2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Зарецкая Марина Валерьевна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Проблемы контактного взаимодействия при учете сил трения и различные аспекты управления этим многопараметрическим процессом привлекают большое внимание исследователей ввиду обширных приложений в машиностроении и весомого экономического эффекта при использовании более эффективных узлов трения. В последнее время активно используются новые антифрикционные наномодифицированные композиционные материалы, в том числе маслосодержащие композиты, обладающие широким спектром физико-механических свойств, поскольку использование традиционных материалов не способно обеспечить весь спектр требований к контактирующим поверхностям. Создание новых материалов, сочетающих в себе высокую механическую прочность при низком удельном весе, повышенную износостойкость и требуемые антифрикционные свойства, является актуальной, но многоэтапной сложной задачей, включающей трудоемкие технологии разработки и экспериментальные исследования таких материалов, в том числе, функциональных покрытий. Активную работу в этом направлении ведут научные школы Е.Н. Каблова, В.Е. Панина, Н.К. Мышкина и др. Поэтому так привлекательна возможность получить априори информацию о механическом поведении гетерогенных композитов, в том числе, трибологического назначения, и соответствующих покрытий на основе математических моделей, описывающих напряженно-деформированное состояние многофазных сред. Из вышеизложенного следует необходимость, актуальность и востребованность изучения закономерностей деформирования и напряженного состояния слоистых гетерогенных флюидонасыщенных сред при контактном взаимодействии с учетом трения в области контакта, а также при наличии возможных внутренних дефектов.

Моделирование трибологических свойств материалов традиционно основывается на решении контактных задач. Фундаментальные основы по исследованию контактных задач статической и динамической теории упругости для полуограниченных сред, теории контактных взаимодействий, заложены и развиты в работах В.М. Александрова, В.А. Бабешко, И.И. Воровича, Л.А. Галина, И.Г. Горячевой, С.М. Айзиковича, А.О. Ватульяна, Е.В. Глушкова, Н.В. Глушковой, Д.А. Индейцева, В.В. Калинчука, Д.А. Пожарского, В.Л. Попова, В.М. Сеймова, Д.В. Тарлаковского, М.И. Чебакова, И.Я. Штаермана, J.A. Greenwood, K.L. Johnson, R.D. Mindlin, B.N.J. Persson и многих других.

Исследования статических и квазистатических контактных задач при учете трения в области контакта, проскальзывания, износа для упругих и вязкоупругих материалов, моделирующих механические свойства эластомеров с контртелами различной макро- и микрогеометрии представлено циклом работ И.Г. Горячевой, Е.В. Торской, И.А. Солдатенкова и др. Смешанные задачи теории упругости, в частности, контактные задачи, динамические процессы для сред с усложненными

свойствами и при наличии локальных неоднородностей рассматривались в цикле работ В.А. Бабешко, А.О. Ватульяна, Е.В. Глушкова, Н.В. Глушковой, В.И. Ерофеева, Д.А. Индейцева, В.В. Калинчука, А.В. Наседкина, А.Н. Соловьева, Т.В. Суворовой и многих других исследователей, чьи идеи и наработки способствовали развитию этого направления.

Несмотря на большую практическую и научную значимость проблемы конструирования новых композиционных материалов, практически отсутствуют теоретические исследования, описывающие влияние микроструктуры гетерогенных сред, в том числе флюидонасыщенности, физико-механических свойств составляющих фаз на напряженно-деформированное состояние, возникающее при контактном взаимодействии с учетом трения в динамическом или квазистатическом режиме. Вместе с этим, наличие дефектов в основании, особенно, приповерхностных, также существенно изменяет напряженно-деформированное состояние среды. Оценка масштаба дефектов и месторасположения является важной научно-практической задачей, и несмотря на большое число публикаций, посвящённых изучению влияния локальных неоднородностей на волновые процессы в средах их идентификацию, существует ряд открытых вопросов, которые требуют дальнейшего исследования, а именно, поведение лицевой поверхности среды, ослабленной дефектами, в зависимости от ее физико-механических свойств.

Проблемы направленного конструирования гетерогенных композиционных материалов с различными добавками и наполнителями, которые обладали бы заданным уникальным спектром физико-механических свойств, адаптированных к условиям их эксплуатации, связанные с изучением напряженно-деформированного состояния таких гетерогенных сред, в том числе, при наличии возможных дефектов и их идентификацию определяют область исследований, представленных в настоящей работе.

В диссертации представлены комплексные теоретические и экспериментальные исследования закономерностей напряженно-деформированного состояния, возникающего при динамических и квазистатических контактных воздействиях при учете трения на гетерогенные материалы, в том числе, установлению законов деформирования оснований, содержащих внутренние дефекты в виде полостей произвольной формы при воздействии внешнего источника и их идентификацию. Основные акценты в работе сделаны на изучение контактного взаимодействия с трением для слоистых гетерогенных и флюидонасыщенных оснований в рамках динамической и квазистатической постановок. Апробирование выбранных моделей выполнено на примере новых композитов, изучение закономерностей деформирования многофазных сред с дефектами осуществлено в рамках ортотропной среды.

Теоретические исследования проведены на основе модельных задач, решения которых построены путем развития подходов, применяемых для решения смешанных задач теории упругости, и в частности, контактных задач, в динамической и квазистатической постановке для слоистых оснований, обладающих микроструктурой. Полученные теоретические выводы находятся в согласии с натурными экспериментами, выполненными современными средствами и методами, а также с результатами, полученными в рамках других моделей. При этом микроструктура гетерогенных сред с дискретными и непрерывными фазами была учтена в рамках моделей микромеханики и Био-Френкеля. Неотъемлемой частью работы являются исследования о поведении лицевой поверхности основания при наличии дефектов и их идентификация, поскольку влияние дефектов, расположенных вблизи поверхности контакта на внутренние и контактные напряжения при контактном взаимодействии весьма значительно. Оценка наличия таких дефектов и их идентификация на основе исследования волновых процессов в средах, содержащих локальные неоднородности, определяет математическую основу для их мониторинга, при этом решение обратных задач реконструкции дефектов обеспечивает теоретическую основу методов неразрушающего контроля.

Об актуальности таких исследований говорит и то, что они были поддержаны грантами РФФИ № 18-08-00260-а, 20-08-00614-а, 21-11-00004 -д, РНФ № 21-19-00288, Министерства науки и высшего образования РФ (идентификатор проекта RFMEFI60718X0203), грантом Ростовского государственного университета путей сообщения, грантом ОАО РЖД на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта, в рамках реализации которых получены результаты диссертации.

Целью работы является разработка комплекса теоретико-экспериментальных методов исследования напряженно-деформированного состояния при динамическом и квазистатическом фрикционном взаимодействии жестких тел со слоистыми гетерогенными основаниями, в том числе, содержащих внутренние дефекты типа полостей.

Для достижения этой цели были сформулированы следующие задачи:

- Создание теоретико-экспериментального комплекса методов для построения взаимосвязанных математических моделей, отражающих механические свойства гетерогенных материалов (в рамках модели Био-Френкеля и концепции эквивалентной гомогенности), содержащих ультрадисперсные добавки и флюидные наполнители;
- Разработка аналитико-численных методов решения новых контактных задач при учете трения в области контакта для слоистых гетерогенных

оснований, обладающих микроструктурой, в квазистатической и динамической постановках;

- Разработка аналитико-численных методов решения прямых и обратных задач о распространении возмущений в гетерогенных средах, содержащих приповерхностные и заглубленные дефекты в виде полостей.

Научная новизна.

В диссертации разработан новый комплексный теоретико-экспериментальный подход, позволяющий определить напряженно-деформированное состояние слоистой гетерогенной и флюидонасыщенной среды при квазистатическом и динамическом контактном взаимодействии с учетом трения и наличия дефектов, что имеет важное значение для прогнозирования поведения новых композитных материалов до их создания, позволяет оценить поведение поверхности среды при учете локальных неоднородностей в виде полостей, осуществить их идентификацию.

Новыми являются следующие результаты:

1. Разработан новый теоретико-экспериментальный подход моделирования механических свойств антифрикционных композитных многофазных материалов, содержащих ультрадисперсные добавки и флюидные наполнители на основе комплекса лабораторных экспериментальных исследований, методов микромеханики, методов конечно-элементного моделирования; механические параметры, определенные на основе этого комплекса, являются входной информацией при построении математических моделей контактного взаимодействия с учетом трения в области контакта, математических моделей волновых процессов в многофазных средах с дефектами;
2. Построены решения новых контактных задач для пористоупругой флюидонасыщенной слоистой среды при учете трения в области контакта для квазистатического и динамического характера нагружения на основании модели Био-Френкеля;
3. Построены решения новых контактных задач при учете трения в области контакта для гетерогенной среды, описанной эквивалентной гомогенной средой при квазистатическом и динамическом нагружении;
4. Разработаны новые аналитико-численные методы решения интегральных уравнений в контактных задачах для слоистых гетерогенных оснований при учете трения в области контакта, основанные на выделении особенности логарифмического типа у соответствующих ядер интегральных операторов в явном виде и идеях метода граничных элементов;
5. Получены численно-аналитические оценки напряженно-деформированного состояния гетерогенных слоистых оснований при контактном взаимодействии

с учетом трения в зависимости от механических свойств таких сред и режимов нагружения;

6. Развит метод граничных интегральных уравнений решения динамических задач теории упругости для микронеоднородных сред, описываемых ортотропными гомогенными средами, при учете дефектов в виде полостей;
7. Решены обратные геометрические задачи идентификации полостей произвольной формы в ортотропном слое на основании информации о перемещениях лицевой поверхности; для круговых полостей малого характерного размера получены явные аналитические формулы определения неизвестных параметров полости.

Теоретическая и практическая значимость диссертации. Построенные решения новых контактных задач при учете трения в области контакта для оснований, обладающих микроструктурой, имеют не только важное теоретическое значение, но и обширное практическое приложение в виде конструирования и управления фрикционными свойствами гетерогенных композиционных материалов в зависимости от режима нагружения (квазистатического, динамического). Проведенный комплекс экспериментальных и теоретических исследований позволяет выбрать оптимальный состав композита, ультрадисперсных добавок, вязких и жидких наполнителей. Задачи идентификации локальных неоднородностей в виде полостей имеют приложение в разработке методов неразрушающего контроля ортотропных материалов.

Методология и методы исследования. Определение и прогнозирование механических и антифрикционных свойств новых композиционных материалов осуществлялось на основе комплексирования аналитических и численных методов вычисления эффективных свойств многофазных сред с данными, полученными на основании современных экспериментальных методов исследования строения и физико-механических свойств многофазных материалов, а именно: электронной микроскопии, наноиндентирования, выполнения стандартизированных испытании по определению трибологических и механических характеристик. Исследование напряженно-деформированного состояния в слоистых гетерогенных средах основано на применении интегрального преобразования Фурье, построении функции Грина для слоистых гетерогенных сред, с последующим сведением контактных задач к интегральным уравнениям первого рода с разностным ядром. В рамках такого подхода поля напряжений и перемещений представляются через контурные интегралы, содержащие фундаментальные решения (функции Грина) для рассматриваемых слоистых гетерогенных оснований. Решение интегральных уравнений первого рода контактных задач для пористоупругой флюидонасыщенной слоистой среды реализовано на основе метода граничных элементов при учете особенностей символов ядер интегральных уравнений.

Асимптотические формулы, получаемые путем анализа точных интегральных представлений, строятся с помощью теории вычетов. Разработаны оригинальные аналитико-численные алгоритмы для вычисления сингулярных интегралов, которые учитывают осцилляцию ядер соответствующих интегральных операторов, которые реализованы в виде программных комплексов. Решение обратных задач сведено к системе нелинейных операторных уравнений, которые содержат операторы с гладкими ядрами. Исследование таких систем проведено методом регуляризации на конечномерных множествах (поиск минимума функционала невязки выполняется гибридным методом на основе генетического алгоритма и метода Нелдера – Мида), и аналитически на основании асимптотического подхода. Верификация данных численных экспериментов осуществлялась сопоставлением с результатами других авторов и результатами, полученными в рамках других моделей, а также с экспериментальными данными.

Положения, выносимые на защиту:

1. Комплексирование результатов лабораторных экспериментальных исследований, методов микромеханики, методов конечно-элементного моделирования для определения эффективных свойств гетерогенных антифрикционных композитов, на примере новых композитов с матрицей из конструкционного материала фенилона С-2 с различными наноразмерными добавками и наполнителями;
2. Разработка методов решения новых контактных задач для пористоупругой флюидонасыщенной слоистой среды при учете трения в области контакта в рамках динамической и квазистатической постановки на основании модели Био-Френкеля (в терминах перемещений с изотропным скелетом), включающие в себя:

– создание программного комплекса для аналитического построения матриц-функций Грина для гетерогенных флюидонасыщенных сред: полупространства, слоя, слоя, жестко сцепленного с полупространством в двумерной постановке;

– развитие подхода к решению интегральных уравнений первого рода с разностным ядром в контактных задачах для пористоупругой флюидонасыщенной слоистой среды на основе метода граничных элементов при учете особенностей символов ядер интегральных уравнений;

3. Разработка методов решения новых контактных задач при учете трения в области контакта для гетерогенной среды, описанной эквивалентной гомогенной средой при квазистатическом и динамическом нагружении; численный анализ и установление границ правомерности описания гетерогенной среды моделью Био-Френкеля и эквивалентной гомогенной средой;
4. Развитие метода граничных интегральных уравнений при решении динамических задач теории упругости для микронеоднородного слоя, описываемого ортотропной гомогенной средой, с полостями, включающего в себя:

– аналитический метод построения систем сингулярных интегральных уравнений для ортотропного слоя при наличии полостей произвольной формы;
– асимптотический подход при анализе ядер интегральных уравнений для случая круговой полости малого характерного размера;
5. Разработка и развитие методов решения обратных геометрических задач идентификации произвольной полости в ортотропном слое, включающие в себя:
– итерационный алгоритм определения неизвестных параметров полости произвольного поперечного сечения, установление зависимости точности восстановления характеристик полости от частоты зондирующего сигнала и количества точек зондирования на лицевой поверхности слоя;
– асимптотический подход при анализе волновых полей на лицевой поверхности слоя, ослабленного круговой полостью малого характерного размера, и построенные на основе этого анализа явные аналитические формулы определения неизвестных параметров полости.

Достоверность результатов диссертации обеспечивается строгой математической постановкой задач, применением математически обоснованных методов решения, сравнением результатов, полученных на основе численных расчетов с аналитическими решениями, экспериментальными данными, предельными переходами к известным случаям и сравнением с результатами других авторов.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались в период с 2009 г. по 2021 г. на Международных научно-практических конференциях «Транспорт: наука, образование, производство» (г. Ростов-на-Дону, 2009, 2012 – 2020); XXII Всероссийском Симпозиуме по прикладной и промышленной математике (Кисловодск, 2014), XIX, XX Международных конференциях «Современные проблемы механики сплошных сред» (г. Ростов-на-Дону, 2018, 2020); XIV, XV Всероссийских школах-семинарах «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (п. Дивноморское, 2019, 2021); XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019); XV International Scientific-Technical Conference «Dynamics of Technical Systems» (Rostov on Don, 2019); International conference on Industrial Engineering (Sochi, 2019 – 2021); XXXII Международной конференции «Новые материалы в машиностроении» (г. Брянск, 2020), XLVIII International Summer School «Advanced Problems in Mechanics» (г. С.-Петербург, 2020); International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment: Mechanical Engineering and Materials Science «ICMTMTE 2019» (Sevastopol, 2020); Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications «PHENMA» (Republic of Korea 2018, Japan 2020); 15-й Международной конференции «Пленки и покрытия – 2021» (г. С.-Петербург,

2021); VII International Conference on Topical problems of continuum mechanics (Tsaghkadzor, Armenia, 2021).

В полном объеме диссертация докладывалась на семинаре по механике фрикционного взаимодействия твердых тел имени И.В. Крагельского ИПМех РАН, на семинарах кафедры теоретической механики, высшей математики Ростовского государственного университета путей сообщения.

Публикации по теме диссертации. По теме диссертации опубликовано 59 научных работ, в том числе 23 научных статей в изданиях, рекомендованных ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, из них 12 статей в изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science и Scopus; 1 учебник, 1 монография.

Полнота изложения материала. Все основные материалы диссертации опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК России.

Структура и объем работы. Диссертация включает в себя введение, пять глав, заключение, приложение и библиографический список, состоящий из 310 наименований. Общий объем диссертации составляет 287 страниц, включая 95 рисунков, 8 таблиц, 1 приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность рассматриваемых проблем, определена цель работы, представлены основные этапы исследования, показана научная новизна и практическая значимость результатов, изложены структура и содержание диссертационной работы. Приводится обзор литературных источников, посвященных состоянию проблем по теме диссертационной работы. Описан вклад соискателя в совместных статьях.

Работа была инициирована экспериментальным конструированием новых антифрикционных наномодифицированных композиционных материалов, в том числе маслонаполненных, для которых изучались механические и трибологические характеристики. Поэтому **в первой главе** кратко изложена технология изготовления гетерогенных антифрикционных композитов с матрицей из конструкционного перспективного и теплостойкого материала – ароматического полиамида фенилона С-2, обладающего слабой реологией с наноразмерными добавками и флюидными наполнителями. Приведены микроскопические и макроскопические исследования структуры таких композитов. На основе проведенных экспериментальных исследований сформулированы принципы разработки наномодифицированных композиционных материалов триботехнического назначения с матрицей из фенилона С-2 (ФС-2). Экспериментально изучены возможности регулирования трибологических свойств

поверхности контакта подбором специфичных комплексных наноразмерных добавок и наполнителей в составе композитных материалов на основе матрицы из ФС-2, при этом рассматривались различные виды наноразмерных шпинелей, политетрафторэтилена и масляные фракции. Полученные экспериментальные данные используются как входные параметры при построении математических моделей контактного взаимодействия при учете трения для слоистых гетерогенных оснований, математических моделей волновых процессов в многофазных средах с дефектами.

Во второй главе, на основании экспериментальных результатов, представленных в первой главе, описаны методы, позволяющие определять эффективные свойства гетерогенных сред с дискретными и непрерывными фазами. Рассмотренный здесь класс гетерогенных сред включает в себя как волокнистые композиционные материалы, армированные короткими волокнами, так и композиционные материалы с наноразмерными добавками и наполнителями различной природы. Описание механических свойств таких микронеоднородных материалов выполнено при использовании моделей, позволяющих аналитически оценить макроскопические свойства сред, через микроструктурные параметры материала, такие как, объемная концентрация, геометрические и физические характеристики составляющих фаз, а также при учете их пространственного распределения в объеме. Описание механического поведения многофазных сред является сложной задачей, поэтому идея осреднения таких сред и замена их эквивалентной средой используется во многих работах. Среди большого разнообразия микромеханических моделей, описывающих эффективные механические характеристики гетерогенных сред, выбрана модель самосогласования, которая обеспечивает компромисс между точностью и сложностью расчетов. Представленная схема расчета эффективных свойств композита была распространена для случая, когда матрица содержит включения нескольких типов. Эффективные упругие характеристики, рассчитанные на основе метода самосогласования, сопоставлены с результатами расчетов на основе конечно-элементного моделирования представительного объема гетерогенной среды и с экспериментальными данными, на основе наноиндентирования. Результаты моделирования хорошо согласуются с результатами лабораторных экспериментов (относительная погрешность не превосходила 10%). Рис. 1. иллюстрирует зависимость эффективных свойств гетерогенной среды от объемной концентрации наноразмерной добавки (политетрафторэтилен), при этом считалось, что матрица композита и добавка изотропны, а форма частиц принималась сферической. Результаты получены с использованием простой (пунктирная линия) и дифференциальной (сплошная линия) схемы согласования.

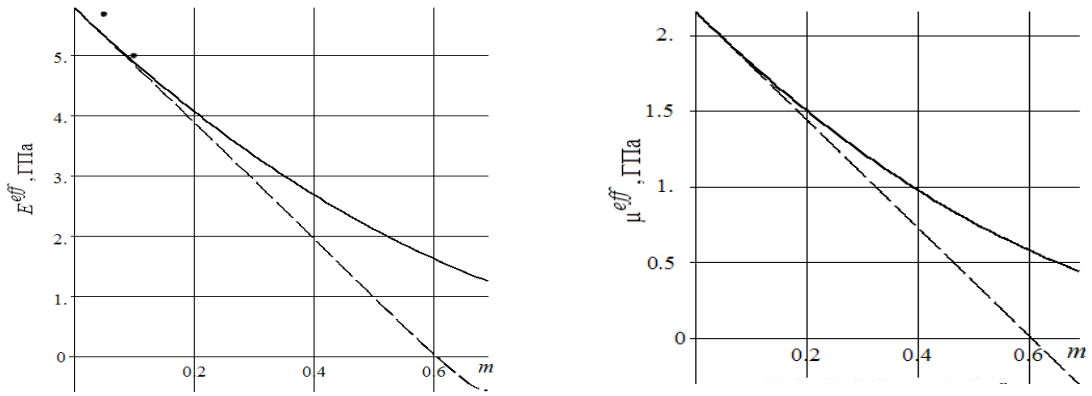

Рис. 1. Сравнение простой (пунктирная линия) и дифференциальной (сплошная линия) схем согласования, m – объемная концентрации наполнителя

На рис. 1 нанесены средние значения модуля Юнга (процедура наноиндентирования для каждого изготовленного образца состояла из 25 экспериментов в разных точках поверхности), $\varepsilon = \left| E_d^{eff} - E^{\exp} \right| / E^{\exp} \cdot 100\%$ и составила 5.7% и 1.9% при концентрациях наполнителя m = 5 % и m = 10 %. Показано, что для случая малой концентрации включений (менее 20 %) в матрице простая и дифференциальная схемы метода самосогласования дают результаты с относительной погрешностью менее 5%, тогда как для больших концентраций включений простая схема не применима, поскольку значительно переоценивает влияние включений, что продемонстрировано на рис. 1. При концентрации включений в матрице более 60% эффективные технические константы принимают отрицательные значения, что невозможно и лежит вне теоретических границ Хашина–Штрикмана.

Влияние различных форм объемных идентичных, одинаково ориентированных сфероидальных включений на эффективные модули гетерогенных материалов иллюстрирует рис. 2, где приведены зависимости нормированных компонент тензора упругих модулей $C_{11}^{eff} / C_{11}^{M}$, $C_{33}^{eff} / C_{33}^{M}$ к соответствующим компонентам матрицы двухфазной среды.

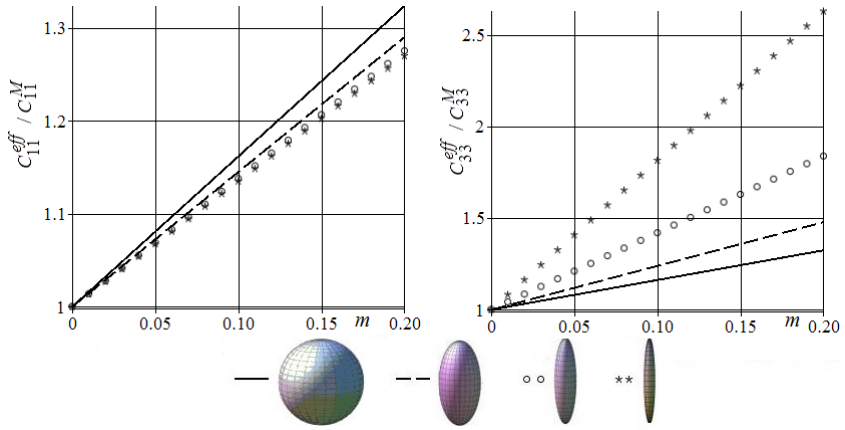

Рис. 2. Зависимость нормированных эффективных упругих модулей $C_{11}^{eff}, C_{33}^{eff}$ от концентрации наполнителя и формы его частиц

Остальные независимые компоненты тензора упругих модулей анизотропной среды (C_{12}^{eff}, C_{13}^{eff}, C_{44}^{eff}) практически не изменяются при варьировании формы включений от сферы до вытянутого эллипсоида. Изменение ориентации включений и их формы оказывало влияние на все независимые компоненты тензора упругих модулей среды.

Экспериментально установлено, что на характеристики материалов, в том числе на их проницаемость, газонасыщенность, значительное влияние оказывают вид использованных силикатных нанодобавок и технология изготовления материала. Так, например, проницаемость гетерогенной среды с непроницаемыми анизотропными включениями сильно зависит от пространственной ориентации этих включений, а также от их концентрации и характера взаимодействий с матрицей[1].

Следующий подход к учету микроструктуры гетерогенных сред состоит в использовании математических моделей, описывающих флюидосодержащие пористые среды на основе систем дифференциальных уравнений в частных производных. Здесь использована, как наиболее апробированная, модель континуальной механики Био-Френкеля в терминах перемещений, которая одновременно учитывает силовое, физическое, инерционное взаимодействие фаз, а также собственную вязкость материалов твердой и флюидной фазы. Эффективные механические характеристики «осушенной» пористой среды, входящие в данную модель, определяются комплексированием экспериментальных данных наноиндентирования, строгих аналитических выражений, конечно-элементного моделирования. Следует подчеркнуть, что экспериментальное определение всех модулей среды Био является весьма сложной и трудоемкой, а подчас, и недостижимой в современных условиях задачей. Поэтому весьма важным прикладным аспектом настоящей главы является определение механических характеристик дренированной пористой среды и исследование их зависимости от пористости. Расчеты на основании аналитических выражений сопоставлены с сериями численных экспериментов, проведенных при помощи созданного комплекса программ на макроязыке APDL конечно-элементной системы ANSYS. Краевые задачи рассматривались для представительного объема пористой среды.

На основании численных экспериментов, представленных в настоящей главе, установлено, что простая и дифференциальная схемы метода самосогласования достаточно хорошо описывают механические свойства наномодифицированных композиционных материалов, что подтверждается экспериментальными данными, полученными на основе метода наноиндентирования, а также на основе конечно-элементного моделирования в

[1] Полимерные нанокомпозиты / под ред. Ю.Винг Май, Д. Жонг-Жен. – М.: Техносфера, 2011. – 688 с.

программном комплексе ANSYS. Полученные комплексированием натурных и численных экспериментов значения эффективных модулей композиционных материалов являлись входной информацией при решении задач контактного взаимодействия и динамических задач для гетерогенных сред.

Следующие главы посвящены математическим моделям, на основе которых можно осуществить изучение напряженно-деформированного состояния полуограниченных слоистых оснований, возникающего при контактном взаимодействии в динамическом или квазистатическом режиме с учетом микроструктуры гетерогенных сред, в том числе флюидонасыщенности, физико-механических свойств составляющих фаз; изучить закономерности деформирования полуограниченных оснований, содержащих дефекты в виде полостей при воздействии внешнего источника.

Третья глава посвящена исследованию новых контактных задач при учете сил трения в динамической постановке для гетерогенных флюидонасыщенных сред. Здесь приводятся постановки динамических контактных задач с учетом трения в области контакта для слоистого полупространства, микроструктура которого учтена на основании концепции эффективной гомогенности, так и на основании модели Био-Френкеля. В первом случае, внутренняя микроструктура основания, состоящего из изотропной пористой матрицы, поры которой заполнены флюидом, в предположении равенства скоростей твердой и жидкой фаз, описывается уравнениями движения Ламе:

$$\mu^{eff}\ \Delta \boldsymbol{u} + \left(\lambda^{eff} + \mu^{eff}\right) grad\ div \boldsymbol{u} = \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}, \tag{1}$$

где λ^{eff}, μ^{eff} – эффективные коэффициенты Ламе, содержащие малую мнимую часть, введенную в рамках модели частотно-независимого внутреннего трения, ρ – плотность среды, $\boldsymbol{u}$ – вектор перемещений гомогенной среды.

Рассматриваются контактные задачи в двумерной постановке о вибрации жесткого штампа полуширины a под действием приложенной к нему силы $\mathbf{P} = \{P_1 e^{-i\omega t}, P_2 e^{-i\omega t}\}$, на поверхности полуограниченного основания в виде полупространства. Рассматривается установившийся режим колебаний штампа, а полупространство занимает область в декартовых координатах Oxy $-\infty < x < \infty, \quad -\infty < y \le 0$. Считаем, что имеет место полный контакт штампа с поверхностью основания. Нормальные и касательные напряжения в области контакта связаны законом Кулона-Амонтона. Граничные условия имеют вид:

$$\begin{gathered} \sigma_{21}(x,0,t) = \mu_{tr}\sigma_{22}(x,0,t), \quad |x| \le a, \\ u_2 = \delta e^{-i\omega t}, \quad |x| \le a, \\ \sigma_{2j}(x,0,t) = 0, \quad j = 1,2, \quad |x| > a \end{gathered} \tag{2}$$

где μ_{tr} – коэффициент трения, δ – перемещения штампа с плоским основанием в вертикальном направлении.

Во втором случае, для учета внутренней микроструктуры основания, состоящего из матрицы, поры которой заполнены вязким флюидом, используем уравнения гетерогенной двухфазной среды, которая описывается уравнениями Био – Френкеля в терминах перемещений:

$$\begin{gathered}
\rho_{11}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 \boldsymbol{v}}{\partial t^2}+b\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}-\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right)=\nabla\sigma_{ij}^{s},\\
\rho_{12}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}+\rho_{22}\frac{\partial^2 \boldsymbol{v}}{\partial t^2}-b\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}-\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right)=\nabla\sigma^{f},\\
\rho_{11}=(1-m)\rho_s-\rho_{12},\ \rho_{22}=m\rho_f-\rho_{12},\ \rho_{12}=m\rho_f(1-\alpha_s)\\
\sigma_{ij}^{s}=Ae\delta_{ij}+2Ne_{ij}+Q\varepsilon\delta_{ij},\ \sigma^{f}=Qe+R\varepsilon,\\
e=\nabla\cdot\boldsymbol{u},\ \varepsilon=\nabla\cdot\boldsymbol{v},\\
\Gamma_{ij}=\sigma_{ij}^{s}+\delta_{ij}\sigma^{f},\ i,j=1,2,\ \ b=\eta\, m^2/k_o,
\end{gathered}\tag{3}$$

где $\boldsymbol{\Gamma}$ − тензор полных напряжений, $\boldsymbol{e}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ − тензоры деформации твердой фазы и флюида, A, N, Q, R – механические характеристики гетерогенной среды, $\boldsymbol{\sigma}^s$ – тензор напряжений в упругом скелете, σ^f – давление в жидкости. Основное взаимодействие фаз в модели Био определяется параметром b, входящим в уравнения (3), выражение которого показывает его пропорциональность динамической вязкости жидкой фазы η, пористости m и обратную пропорциональность коэффициенту проницаемости k_o. Плотности сред ρ_s, ρ_f упругого скелета и флюида, ρ_{12} – коэффициент динамической связи скелета среды и флюида, α_s – коэффициент извилистости пор, который может быть определен, например, акустическими методами или численно, на основе конечно-элементного моделирования представительного объема пористой среды.

При постановке контактных задач рассматривалась различная геометрия оснований, а именно, полупространство, слой, слой, жестко сцепленный с полупространством. Граничные условия в случае непроницаемого для флюида штампа и лицевой границы полуплоскости для установившегося закона колебаний имеют вид:

$$\begin{gathered}
\Gamma_{21}(x,0,t)=\mu_{tr}\Gamma_{22}(x,0,t),\quad |x|\le a,\\
u_2(x,0,t)=v_2(x,0,t)=\delta e^{-i\omega t},\quad |x|\le a,\\
\Gamma_{2j}(x,0,t)=0,\quad j=1,2,\ u_2(x,0,t)=v_2(x,0,t),\quad |x|>a,
\end{gathered}\tag{4}$$

В случае, когда гетерогенный слой (двумерной постановке занимает область в декартовых координатах Oxy $-\infty<x<\infty,\ \ 0<y\le h$) с непроницаемыми границами лежит без трения на жестком основании граничные условия для установившегося закона колебаний имеют вид:

$$\begin{gathered}\Gamma_{21}(x,h,t)=\mu_{tr}\Gamma_{22}(x,h,t),\quad |x|\le a,\\ u_2(x,h,t)=v_2(x,h,t)=\delta e^{-i\omega t},\quad |x|\le a,\\ \Gamma_{2j}(x,h,t)=0,\quad j=1,2,\ u_2(x,h,t)=v_2(x,h,t),\quad |x|>a,\\ u_2(x,0,t)=v_2(x,0,t),\quad \Gamma_{21}(x,0,t)=0.\end{gathered}\tag{5}$$

Граничные условия для двуслойного основания – гетерогенного слоя, жестко сцепленного с полупространством (в двумерной постановке слой занимает область в декартовых координатах Oxy $-\infty<x<\infty,\quad -h<y\le h$, полупространство $-\infty<x<\infty,\quad y\le -h$) имеют вид:

$$\begin{gathered}\boldsymbol{u}(x,-h,t)=\boldsymbol{u}^{(0)}(x,-h,t),\\ u_2(x,-h,t)=v_2(x,-h,t),\\ \Gamma_{21}(x,-h,t)=\sigma_{21}(x,-h,t),\\ \Gamma_{22}(x,-h,t)=\sigma_{22}(x,-h,t),\end{gathered}\tag{6}$$

где $\boldsymbol{u}(x,y,t),\ \boldsymbol{u}^{(0)}(x,y,t)$ – векторы смещения матрицы гетерогенного слоя и полупространства, $\boldsymbol{\sigma}^s(x,y,t)$, $\boldsymbol{\sigma}(x,y,t)$ – тензоры напряжений в скелете гетерогенного слоя и полупространства

$$\begin{gathered}\Gamma_{21}(x,h,t)=\mu_{tr}\Gamma_{22}(x,h,t),\quad |x|\le a,\\ u_2(x,h,t)=v_2(x,h,t)=\delta e^{-i\omega t},\quad |x|\le a,\\ \Gamma_{2j}(x,h,t)=0,\ j=1,2,\ u_2(x,h,t)=v_2(x,h,t),\quad |x|>a.\end{gathered}\tag{7}$$

Замыкают постановку динамической задачи условия излучения волн на бесконечность. Механические модули среды Био, эквивалентной однофазной среды были определены с помощью методов микромеханики, конечно-элементного моделирования и сопоставлены с экспериментальными результатами, что изложено в главах 1, 2.

Так как рассматривается установившийся режим колебаний, далее изложение будем вести для амплитудных значений соответствующих функций. Уравнения динамики сплошных сред и граничные условия краевых задач приведем к безразмерным переменным, для этого линейные размеры отнесем к полуширине штампа, напряжения – к модулю сдвига матрицы, или модулю сдвига эквивалентной однофазной среды в зависимости от способа описания микроструктуры основания.

Применяя интегральное преобразование Фурье по координате x с параметром α к уравнениям (1), (3) и соответствующим граничным условиям (2), (4) – (7), представляя перемещения в виде суммы потенциалов, после удовлетворения граничных условий, получаем перемещения в гетерогенной полуограниченной среде в виде:

$$\boldsymbol{u}(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Upsilon}\mathbf{G}_k(\alpha,y)\mathbf{Q}(\alpha)e^{-i\alpha x}d\alpha,\ k=0,1,2. \tag{8}$$

$$\mathbf{Q}(\alpha)=\int_{-1}^{1}\boldsymbol{q}(x)e^{i\alpha x}dx,\ \ \boldsymbol{q}=\{q_1,q_2\}.$$

Матрица Грина $\mathbf{G}_k(\alpha,y)$ имеет структуру:

$$\mathbf{G}_k(\alpha,y)=\frac{G_{k,ij}(\alpha,y,\omega,\mu_{tr},A,N,Q,R,\rho_{kl},b,h)}{D_k(\alpha,\omega,\mu_{tr},A,N,Q,R,\rho_{kl},b,h)},\ i,j=1,2,$$

$k=0$ соответствует случаю гетерогенного полупространства, $k=1$ – гетерогенного слоя, $k=2$ – двухслойного гетерогенного полупространства. В качестве проверки выведенных соотношений были осуществлены предельные переходы, в частности, при $h\to\infty$ компоненты матрицы Грина для слоя совпали с таковыми для гетерогенного полупространства. Аналитические выражения доступны в [2], здесь не приводятся в виду громоздкости. Алгебраические преобразования при построении матриц-функций Грина автоматизированы созданным программным комплексом аналитических преобразований в системе Maple.

Проведен аналитический анализ дисперсионных свойств двухслойной гетерогенной среды. Доказано, что возмущения поверхности в двуслойном гетерогенном полупространстве формируют симметричные колебания гетерогенного слоя, кососимметричные колебания гетерогенного слоя, колебания всей среды с покрытием.

На основании анализа результатов численных экспериментов установлено, что гетерогенную флюидонасыщенную среду в динамической задаче нельзя корректно приблизить эквивалентной упругой средой, хотя в статике и квазистатике такой способ может дать приемлемые результаты. Кроме этого, весьма важно отслеживать перемещения на поверхности среды, в особенности при наличии дефектов.

Далее, на основании представления матриц Грина контактные задачи сводятся к решению интегрального уравнения первого рода с разностным ядром относительно неизвестных напряжений $q_2=\Gamma_{22}(x,0)$:

$$\begin{gathered}\int_{-1}^{1}k(x-\xi)q_2(\xi)d\xi=\delta_0,\ \ |x|\le 1,\ \ \delta_0=\delta/a,\\ k(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Upsilon}K(\alpha)e^{i\alpha(x-\xi)}d\alpha.\\ K(\alpha)=\left(\mu_{tr}G_{k,21}(\alpha,0,\omega)+G_{k,22}(\alpha,0,\omega)\right)/D_k(\alpha,\omega).\end{gathered} \tag{9}$$

Слагаемые в ядре интегрального уравнения (9) являются осциллирующими функциями. Трансформанты ядра являются мероморфными функциями в комплексной плоскости и имеют разное поведение при стремлении аргумента к бесконечности:

$$\lim_{\alpha\to\infty} G_{k,ii}(\alpha,0,\omega)/D_k(\alpha,\omega)=\frac{d_{k,ii}}{|\alpha|},$$

$$\lim_{\alpha\to\infty} G_{k,ij}(\alpha,0,\omega)/D_k(\alpha,\omega)=\frac{d_{k,ij}}{\alpha},\ i\neq j$$

Аналитические методы решения разностных интегральных уравнений первого рода, возникающих в динамических задачах теории упругости, развиты в работах школы академика Бабешко В.А, описаны модификация метода Винера-Хопфа, метод фиктивного поглощения, применяемые для решения интегральных уравнений. Применение этих методов к решению интегрального уравнения достаточно трудоемко, так как слагаемые ядра имеют разное поведение на бесконечности. В настоящей работе на основании изучения свойств символов ядер, предложен аналитико-численный способ решения интегральных уравнений вида (9), при котором на основании асимптотического поведения на бесконечности в явном виде выделяется член, несущий особенность типа логарифмической.

В результате алгебраических преобразований интегрального уравнения (9) получаем следующее представление ядра:

$$k(x-\xi)=I(x-\xi)+d_{k,22}K_0(R|x-\xi|)/\pi$$

$$I(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Upsilon}\tilde{K}(\alpha)e^{i\alpha(x-\xi)}d\alpha,$$

$$\tilde{K}(\alpha)=\frac{\left(\mu_{tr}G_{k,21}(\alpha,0,\omega)+G_{k,22}(\alpha,0,\omega)\right)}{D_k(\alpha,\omega)}-\frac{d_{k,22}}{\sqrt{\alpha^2+R^2}},$$

$K_0(R|x-\xi|)$ – функция Макдональда нулевого порядка.

После выделения главной части ядра интегрального уравнения и выделения особенности использовался метод граничных элементов. Проводилась дискретизация области контакта равномерно распределенными точками $x_i,\xi_i,\ i=1,...,N$ с шагом h на отрезке $[-1,1]$, с выбором узловых точек в середине каждого отрезка разбиения $[x_{i-1},x_i],\ i=1,2,...,N$, при этом полагаем, что функция $q_2(x)$ постоянна в пределах каждого из элементов разбиения:

$$q_2(x)\big|_{x_i<x<x_{i+1}}=q_2(x_i)=q_i,\ i=1,2,...,N-1.$$

В результате решение интегрального уравнения сводится к решению конечной СЛАУ:

$$\sum_{m=1}^{N} r_{mn}q_n=\delta_0/h,\quad m,n=1,2,...,N,$$

$$r_{mn}=\begin{cases} I(x_m-\xi_n)+\dfrac{\sqrt{2}\pi}{R}\mu_{tr}d_{k,22}sign(x_{m+1}-\xi_n)\big(Erf(z_2)-Erf(z_1)\big)/h, & m\neq n \\ I(x_n-\xi_n)+2d_{k,22}\mu_{tr}Erf(\sqrt{hR/2})/h, & m=n \end{cases} \tag{10}$$

$$z_1=\sqrt{(x_m-\xi_n)R},\quad z_2=\sqrt{(x_{m+1}-\xi_n)R}.$$

где $Erf(z)$ – интеграл вероятности.

Интегралы $I(x_m-\xi_n)$ вычисляются интегрированием по контуру Υ, остальные параметры, входящие в соотношения (10) зависят от всех параметров задач и не приводятся в виду громоздкости.

Горизонтальные перемещения под штампом и вне его определены через матрицу Грина среды и контактные давления:

$$u_1(x,0)=\int_{-1}^{1}k_1(x-\xi)q_2(\xi)d\xi,\quad k_1(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Upsilon}K_1(\alpha)e^{i\alpha(x-\xi)}d\alpha, \tag{11}$$

$$K_1(\alpha)=\frac{\mu_{tr}G_{k,11}(\alpha,0,\omega)+G_{k,12}(\alpha,0,\omega)}{D_k(\alpha,\omega)}.$$

При численном исследовании скорости сходимости приближенного алгоритма решения интегрального уравнения наблюдается его устойчивость и быстрая сходимость при увеличении числа разбиений, поскольку матрица СЛАУ является квазидиагональной. Отметим, что для анализа скорости сходимости процесса оценивались элементы невязки для количества разбиений N и $3N$. Увеличение числа граничных элементов производилось до тех пор, пока относительное значение невязки было больше, чем 10^{-4}.

Последние параграфы третьей главы посвящены численному эксперименту. Численная реализация рассматриваемых контактных задач проведена на основе созданного комплекса программ в Maple, Matlab, включающих в себя как аналитические преобразования, так и их численную реализацию. В рамках проведенных численных экспериментов, на примере маслонаполненного композиционного материала с матрицей из наномодифицированного фенилона С-2, установлены функциональные зависимости напряженно-деформированного состояния среды от флюидонасыщенности, коэффициента трения, проницаемости и газонасыщенности, степени взаимодействия фаз гетерогенной среды.

Анализ результатов численных экспериментов позволил установить, что при возрастании коэффициента трения изменяется характер распределения напряжений, увеличивается несимметричность распределения напряжений под штампом. Установлено, что зависимость нормальных и касательных контактных напряжений от пористости гетерогенного основания носит нелинейный характер, это иллюстрирует рис. 3, при этом кривая, отмеченная маркером «*» соответствует

случаю нулевой пористости, полученная предельным переходом к однородному основанию в уравнениях Био.

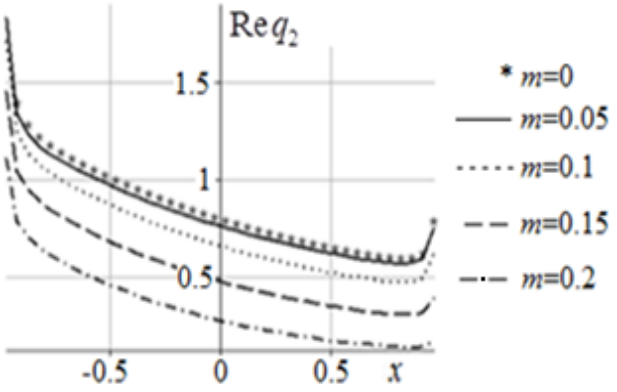

Рис. 3. Влияние пористости m гетерогенного основания на распределение контактных давлений, $b=0,\ \mu_{tr}=0.1,\ \beta=0.05,\ \omega=50\,\text{Гц}$

При возрастании частоты колебаний контактные напряжения, как известно из экспериментов[2], уменьшаются, результаты численного анализа подтверждают этот факт, что проиллюстрировано на рис.4.

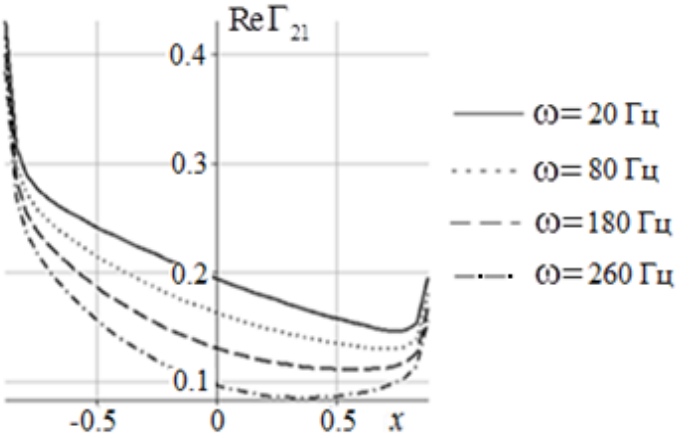

Рис. 4. Влияние частоты вибрации штампа на распределение касательных контактных напряжений, $b=0,\ \mu_{tr}=0.1,\ \beta=0.05,\ m=0.2$

Важно отметить, что изменение амплитуды силы трения за период колебаний играет ключевую роль, так как среднее за период изменение количества энергии[3] источника колебаний, отдаваемое в среду через область контакта определяется значением скалярного произведения векторов $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{q})$.

На основании численного анализа контактных напряжений и горизонтальных перемещений можно оценить энергетическое воздействие за период колебаний, от которого, в том числе, зависит износостойкость композиционного материала. Хотя увеличение частоты колебаний приводит к

[2] Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. – М.: Физматлит, 2013. –352 с.
[3] Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. – М.: Наука, 1989. – 344 с.

уменьшению контактных напряжений, на единицу времени при этом большая энергия генерируется в области контакта.

Эту закономерность иллюстрирует рис. 5, где показано изменение касательных контактных напряжений Γ_{21} за период колебаний T при колебаниях штампа под действием приложенной силы, изменяющейся по закону $P = P_0 \cos \omega t$ для параметров $\omega = 50$ Гц, $m = 0.2$, $\beta = 0.05$, $\mu_{tr} = 0.2$, $b = 0$.

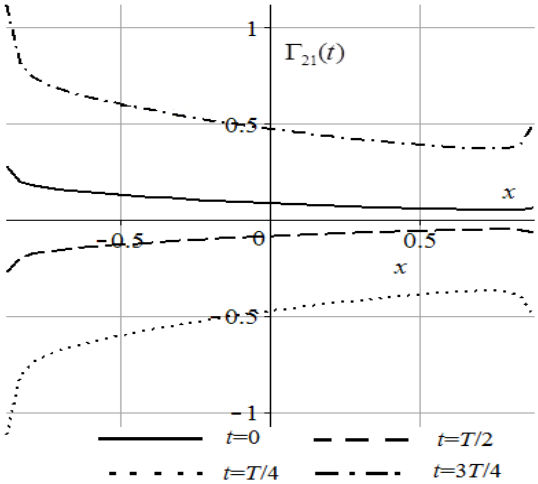

Рис. 5. Изменение касательных напряжений в течение периода колебаний T

Экспериментально установлено, что на характеристики материалов, в том числе на их проницаемость, газонасыщенность, значительное влияние оказывает вид использованных силикатных нанодобавок, их пространственная ориентация, концентрация и характер взаимодействия с матрицей. Поэтому дальнейший численный эксперимент был реализован на примере маслонаполненного композита, матрица которого ФС-2 была модифицирована наноразмерной добавкой (бентонит). Полагаем, что поры гетерогенной среды насыщены полностью или частично вязкой масляной фракцией, кроме этого, содержат глинистые наночастицы. Наличие глинистых наночастиц у стенок пор увеличивает поверхность порового пространства и шероховатость стенок, что усиливает вязкую диссипацию вследствие фрикционных сил между матрицей и флюидом. Взаимодействие фаз определяется в модели Био динамическим коэффициентом ρ_{12}, зависящим от пористости, а также параметром b, выражение которого показывает его пропорциональность динамической вязкости жидкой фазы, пористости и обратную пропорциональность коэффициенту проницаемости. При этом влияние динамического коэффициента ρ_{12} по сравнению с влиянием параметра b на напряженно-деформируемое состояние среды на несколько порядков меньше. Как показал анализ данных, полученных в результате численного эксперимента, с уменьшением коэффициента проницаемости или увеличении вязкости жидкой фазы, изменяется динамика среды. Быстрая

продольная и сдвиговая волна мало изменяют свою скорость, но их амплитуда затухает более быстро. Наибольшее изменение при этом приобретает медленная продольная волна, являющаяся результатом движения жидкой фракции в порах, ее скорость намного снижается, а затухание быстро нарастает. С ростом вязкости флюида и уменьшении коэффициента проницаемости скорость медленной продольной волны уменьшается, и ее затухание в значительной степени увеличивается. Этот эффект с ростом пористости приобретает все большую выраженность.

Следующие рисунки иллюстрируют влияние степени взаимодействия фаз, вязкости и насыщения газом флюида в порах, частоты осцилляции штампа на распределение контактных давлений. С ростом вязкости флюида, заполняющего поры, и уменьшении коэффициента проницаемости составной среды изменяется распределение напряжений под штампом. Надо отметить, что при возрастании величины η / k_o наступает стабилизация напряжений, и они практически не меняются на удалении от краев штампа, эту зависимость иллюстрирует рис. 6, где $\omega = 250$ Гц, $\mu_{tr} = 0.3$, $m = 0.2$.

Следует отметить, что при малых частотах и малой вязкости флюида-наполнителя изменения контактных давлений более существенны. При больших частотах и большой вязкости наблюдается эффект стабилизации напряжений под штампом вдали от его краев. Если вязкость флюида не учитывается, распределение напряжений под штампом более сглаженное.

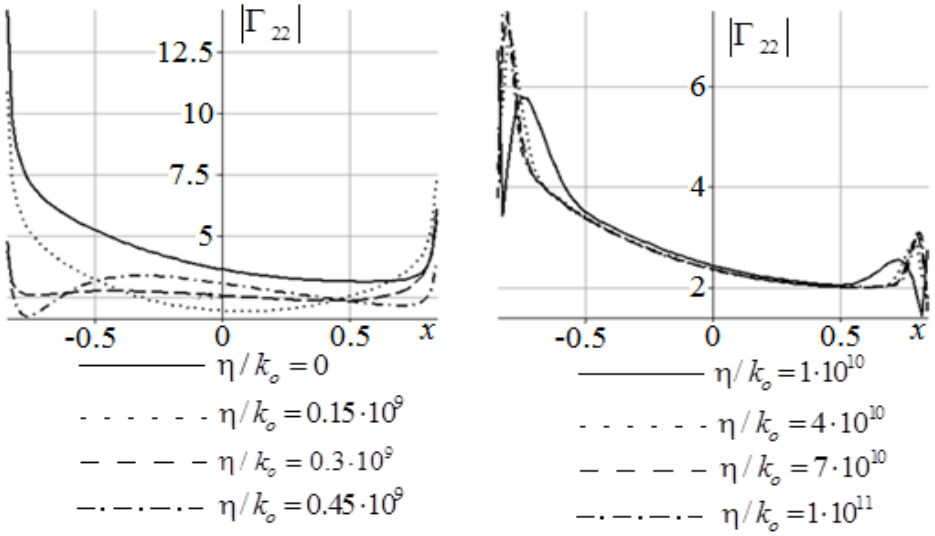

Рис. 6. Распределение модулей нормальных напряжений под штампом при изменении вязкости и проницаемости основания

В течение периода колебаний с частотой $\omega = 50$ Гц нормальные напряжения изменяют свои значения за период колебаний *T*, как показано на рис. 7, при колебаниях штампа под действием приложенной силы, изменяющейся по закону

$P = P_0 \cos \omega t$ для параметров $m = 0.2,\ \beta = 0.05,\ \mu_{tr} = 0.3$, слева при $\eta / k_0 = 1 \cdot 10^{10}$, справа – $\eta / k_0 = 7 \cdot 10^{10}$.

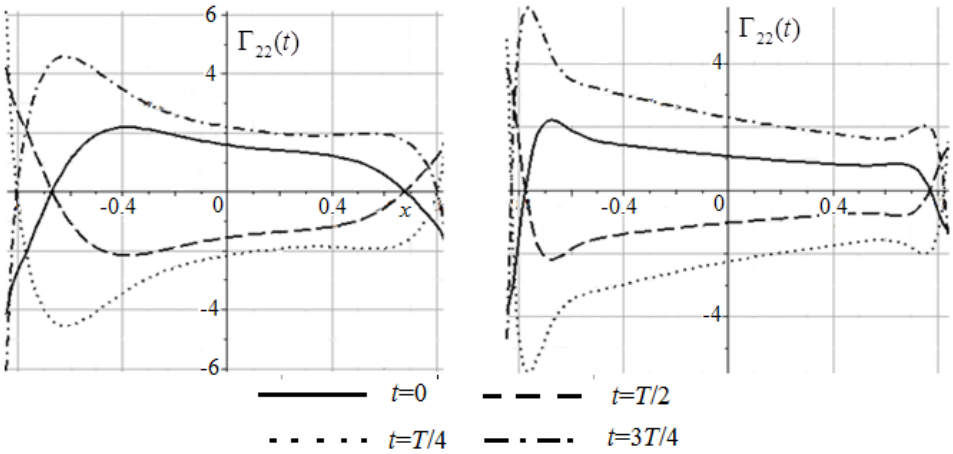

Рис.7. Изменение нормальных напряжений за период колебаний T при изменении вязкости и проницаемости основания

Следует отметить, что на характеристики контактных напряжений оказывает влияние степень заполнения пор гетерогенной среды флюидом, т.е. наличие растворенной в жидкости в массовом отношении газовой составляющей m_g. При возрастании содержания газа в поровом флюиде наблюдается убывание скорости второй продольной волны и убывание ее амплитуды, однако в меньшей степени, чем в случае возрастании параметра η / k_o. В отличие от роста вязкости, с ростом частоты влияние газонасыщенности становится более существенным.

Для основания конечной толщины наибольшее отличие от гетерогенного полупространства имеют зависимости контактных напряжений от частоты колебаний штампа, от толщины слоя. На рис. 8 приведено распределение под штампом касательных напряжений при разных частотах колебаний штампов, $\eta / k_o = 0.3 \cdot 10^9,\ m = 0.2,\ \ \mu = 0.3,\ h / a = 1,\ \beta = 0.05$.

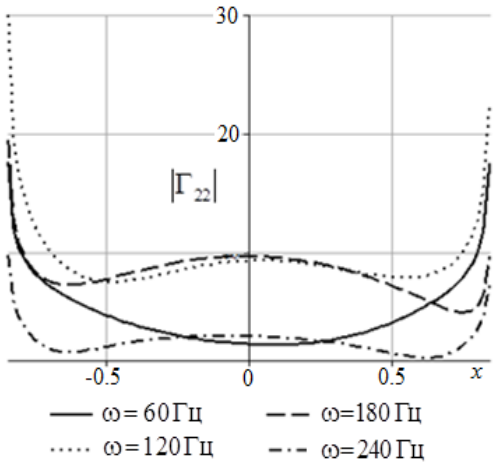

Рис. 8. Влияние частоты колебаний штампа на гетерогенном слое на модуль нормальных контактных напряжений

Заметим, что при росте частоты не наблюдается монотонного изменения контактных напряжений. Также имеется диапазон частот, где контактные напряжения имеют максимальное значение, этот диапазон зависит от всех параметров задачи. При изменении толщины слоя возникают диапазоны частот, где распространяются разное число поверхностных волн. Если количество поверхностных волн остается неизменным, контактные давления меняются достаточно плавно, прослеживается нелинейная зависимость их от толщины слоя. На частотах, соответствующих двум распространяющимся поверхностным модам распределение напряжений по области контакта для разных толщин слоя приведено на рис. 9.

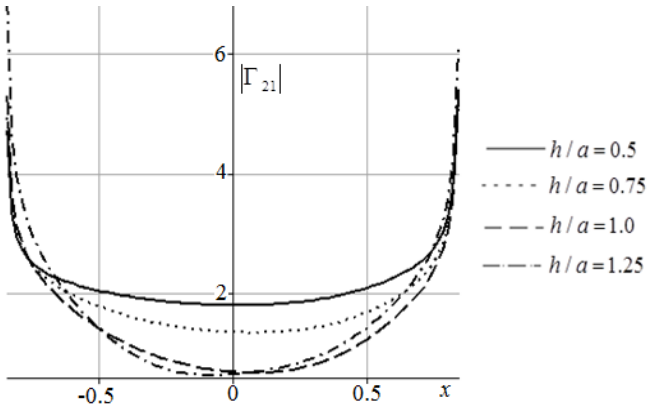

Рис. 9. Изменение модуля касательных контактных напряжений при возрастании толщины слоя

Проведенный численный анализ решения динамической контактной задачи для гетерогенного слоя при учете трения в области контакта убедительно доказал необходимость учета не только механических характеристик гетерогенной среды, но и частоты колебаний, и толщины слоя.

Построенная математическая модель позволяет найти оптимальное соотношение механических свойств гетерогенных флюидонасыщенных сред при установившемся режиме колебаний, определить диапазон наиболее энергоемких рабочих частот для управления напряженным состоянием среды при контактном взаимодействии с трением путем подбора толщины слоя и фазового состава среды. На основании численного анализа можно оценить энергетическое воздействие за период колебаний, от которого зависит износостойкость гетерогенного материала. При этом необходимо учитывать не только нормальные, но и тангенциальные перемещения в области контакта.

Четвертая глава посвящена рассмотрению контактной задачи в квазистатической постановке о движении с трением штампа плоской или параболической формы по гетерогенному основанию. Внутренняя микроструктура основания также была учтена на основании двух подходов.

Рассматривается скольжение жесткого штампа полуширины a со скоростью V под действием силы $\boldsymbol{P}=\{P_1,P_2\}$, по лицевой непроницаемой поверхности

гетерогенного полупространства, в случае скоростей, намного меньших скорости поверхностных волн типа Релея. Полупространство занимает область в декартовых координатах Ox_1x_2 $-\infty < x_1 < \infty,\quad -\infty < x_2 \le 0$. В области контакта Ω нормальные и касательные напряжения связаны законом Амонтона-Кулона. Полагаем, что силы межфазного взаимодействия пренебрежимо малы, $b = 0$. Под действием силы $\boldsymbol{P}$, которая приложена с эксцентриситетом к штампу так, чтобы обеспечить полный контакт с поверхностью при равномерном движении, возникает только осадка штампа δ, параллельно оси Ox_2. Граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{gathered} x_2 = 0:\ u_2(x_1,0) = v_2(x_1,0), \\ \Gamma_{21}(x_1,0) = \Gamma_{22}(x_1,0) = 0,\quad |x_1 - Vt| \notin \Omega, \\ \Gamma_{21}(x_1,0) = \mu_{tr}\Gamma_{22},\ u_2 = \delta - \eta x_1^2, \\ |x_1 - Vt| \in \Omega,\quad \Omega = (a_1, a_2). \end{gathered} \tag{12}$$

Область контакта $\Omega = (a_1, a_2)$ для штампа с параболическим основанием и контактные напряжения $q_2(x_1)$ неизвестны. Для штампа с плоским основанием $a_1 = -1,\ a_2 = 1.$ Параметр η связан с кривизной штампа с параболическим основанием.

Применим к соотношениям (3), (12) для установившегося режима колебаний интегральное преобразование Фурье, затем перейдем в подвижную систему координат Oxy с началом в центре штампа $(x = x_1 - Vt,\ y = x_2)$. Соотношения (3), (12) далее рассматриваются в подвижной системе координат в безразмерном виде, при этом линейные размеры отнесены к характерной линейной единице, а напряжения – к модулю сдвига скелета гетерогенной среды.

После удовлетворения граничных условий (12) краевые задачи сведены к интегральному уравнению 1-го рода с разностным ядром относительно неизвестных нормальных контактных давлений $q_2 = \Gamma_{22}(x,0)$.

$$\int_{a_1}^{a_2} k(x-\xi) q_2(\xi) d\xi = \delta - \eta x^2. \tag{13}$$

Ядро интегрального уравнения (13) имеет вид:

$$k(x-\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mu_{tr} B_{k,21}(\alpha) + B_{k,22}(\alpha)\right) e^{i\alpha(x-\xi)} d\alpha \quad ,$$

$$B_{k,ij}(\alpha) = \lim_{\omega \to 0} \frac{G_{k,ij}(\alpha, y, \omega - \alpha V, \mu_{tr}, A, N, Q, R, \rho_{kl}, m)}{D_k(\alpha, \omega - \alpha V, \mu_{tr}, A, N, Q, R, \rho_{kl}, m)},\ i, j = 1, 2.$$

Для штампа с плоским основанием в интегральном уравнении (13) следует положить $a_1 = -1,\ a_2 = 1,\ \eta \equiv 0$, для штампа с параболическим основанием учитываем, что $q_2(a_1) = q_2(a_2) = 0$.

В случае квазистатического процесса, при скорости движения штампа, много меньшей скорости поверхностных волн типа Релея в пористоупругом полупространстве был осуществлен асимптотический анализ символа ядра интегрального уравнения (13) по малым параметрам $V/V_i,\ i=1,2,3$, где V_i – скорости распространения продольных и поперечной волн в гетерогенной среде, $V/V_i \ll 1$. В результате таких преобразований вид ядра интегрального уравнения значительно упрощается:

$$k(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{i\mu_{tr}\Theta_1}{\alpha}+\frac{\Theta_2}{|\alpha|}\right)e^{i\alpha(x-\xi)}d\alpha,$$

$$\Theta_1=\Theta_{10}(A,N,Q,R,\rho_{kl},m)+\zeta^2\Theta_{11}(A,N,Q,R,\rho_{kl},m)+O(\zeta^4), \qquad (14)$$

$$\Theta_2=\Theta_{20}(A,N,Q,R,\rho_{kl},m)+\zeta^2\Theta_{21}(A,N,Q,R,\rho_{kl},m)+O(\zeta^4),\quad \zeta=V/V_1.$$

Отметим, что для малой скорости движения штампа ядро интегрального уравнения (14), отвечающее квазистатическому процессу имеет слабую зависимость от скорости.

Далее была проведена регуляризация интегрального уравнения (13) с целью выделения логарифмической особенности. Окончательно, ядро интегрального уравнения имеет вид:

$$k(x-\xi)=-0.5\,\mathrm{sgn}(x-\xi)\mu_{tr}\Theta_1(V)-(C+\ln|x-\xi|)\Theta_2(V)/\pi,$$

C – константа Эйлера.

Решение интегрального уравнения строилось с применением итерационного процесса, кроме этого, выделением особенности и применением метода граничных элементов. В случае штампа с параболическим основанием определение области контакта и контактного давления осуществлялось согласно алгоритму, подробно описанному в работе[4]. При этом для дискретизации выбирается область $\tilde{\Omega}:[-1,1]$, $\Omega\subset\tilde{\Omega}$, заведомо большая, чем истинная область контакта Ω и учитывается, что на границе области контакта контактные напряжения обращаются в ноль.

В результате, интегральное уравнение (13) сводится к конечной системе линейных алгебраических уравнений N порядка относительно неизвестных $q_i,\ i=\overline{1,N}$.

$$\sum_{i=1}^{N} r_{ik}q_k = f(x_k)/h,$$

$$r_{ik}=k(h(x_k-\xi_i)),\ i\neq k,i,\quad i,k=1,2,...,N,$$

$$r_{kk}=-\mu_{tr}\Theta_1(V)/2-\Theta_2(V)(C+\ln(h/2e))/\pi.$$

[4] Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Морозов А.В., Степанов Ф.И. Трение эластомеров. Моделирование и эксперимент. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2017. – 204 с.

Элементы матрицы такой системы имеют максимальное значение на главной диагонали и быстро убывают по мере удаления от нее, таким образом, матрица является квазидиагональной.

Численный эксперимент был проведен на примере композиционного материала с матрицей на основе фенилона С-2 с нанодобавками и содержанием наполнителя – цилиндрового масла. Проведен сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния гетерогенной среды в случае ее описания в рамках модели Био-Френкеля и эквивалентной однородной средой. На основании численных экспериментов установлено, что учет трения в области контакта, процентное содержание флюида-наполнителя оказывают существенное влияние на контактные напряжения при движении с трением штампов плоской и параболической формы по поверхности гетерогенного основания, причем с возрастанием пористости и флюидонасыщенности эта зависимость носит нелинейный характер. Влияние пористости и массовой доли флюида-наполнителя на величину контактных напряжений иллюстрируют рис. 10. При этом, распределение напряжений по области контакта несимметрично, что характерно для контактных задач теории упругости при учете сил трения.

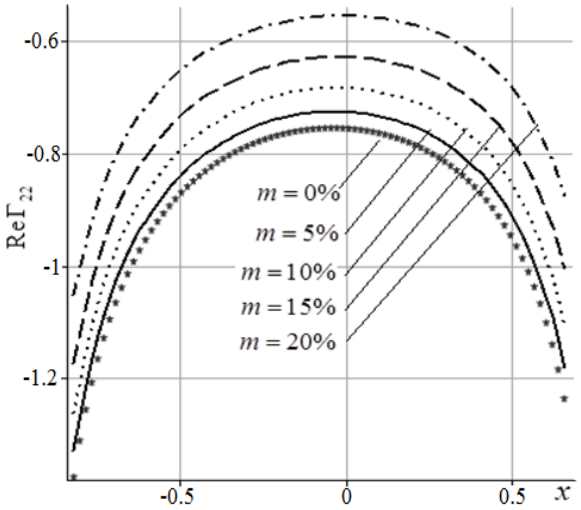

Рис. 10. Распределение действительных частей нормальных контактных напряжений при изменении пористости m основания для штампа с плоским основанием

С целью иллюстрации вклада пористости в напряженное состояние гетерогенной среды, на рис.10, 11 кривая, отмеченная маркером «*» соответствует упругому основанию ($R \to 0$, $\rho_{12} \to 0$, m=0) и совпадает с решением, полученным в работе[5].

Графики построены в подвижной системе координат, скорость движения штампа V=1.5 м/с. Для штампа с параболическим основанием на рис. 11

[5] Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001. - 478 с.

приведено распределение действительных частей нормальных напряжений при изменении пористости m при значениях $\delta = 10^{-2}$, $\eta = 0.025$.

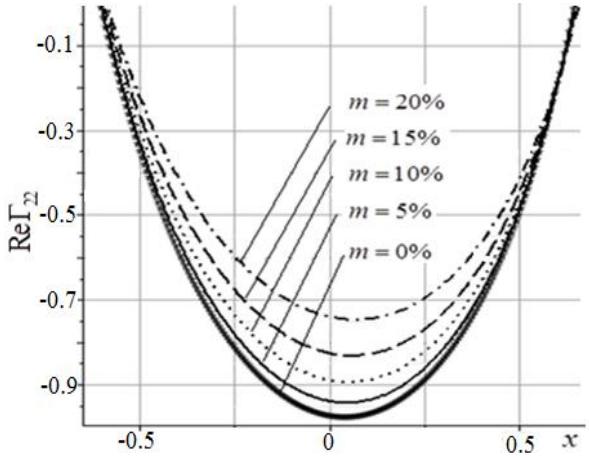

Рис. 11. Распределение действительных частей нормальных контактных напряжений для штампа с параболическим основанием при изменении пористости m

На рис.12 приведены касательные контактные напряжения для штампа с параболическим основанием при увеличении значений коэффициента трения для значений $\delta = 10^{-3}$, $\eta = 0.025$, $m = 0.1$.

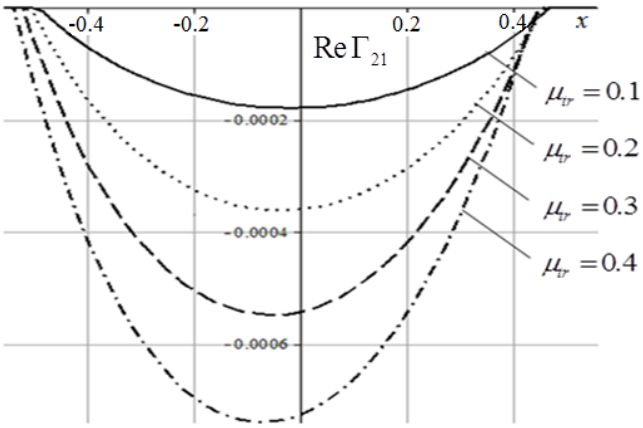

Рис.12. Распределение действительных частей касательных контактных напряжений для штампа с параболическим основанием для различных значений коэффициента трения

На рис. 13 представлены контактные давления под штампом, полученные на основании решения контактной задачи при учете микроструктуры на основе двух подходов. Контактная задача в квазистатической постановке при учете микроструктуры основания в рамках концепции эффективной гомогенности (при учете равенства скоростей твердой и жидкой фаз гетерогенной среды) исследовалась методом конечных элементов в комплексе ANSYS. Решения задач для двух подходов к описанию микроструктуры хорошо согласуются, что иллюстрирует рис. 13, на котором представлены нормальные контактные напряжения для среды Био (маркеры) и эквивалентной упругой среды (сплошная линия), $\delta / a = 3 \cdot 10^{-3}$, $m = 0.07$, $\mu_{tr} = 0.2$.

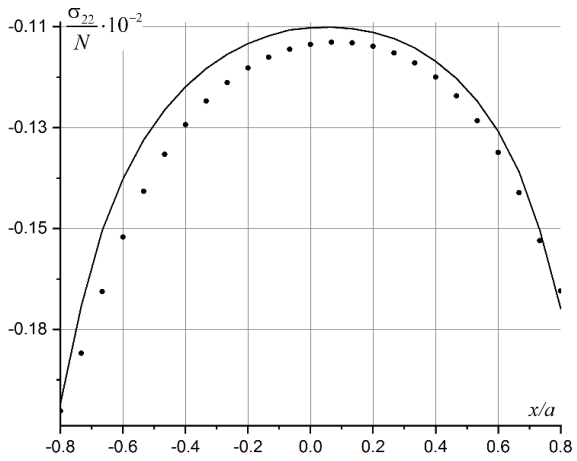

Рис. 13. Распределение нормальных контактных давлений под штампом, сплошная линия – эквивалентная среда, точечная – среда Био

На рис. 14 приведены исследования по распределение давлений под центром штампа на границе и в его проекции на разной глубине основания в зависимости от маслонасыщенности и коэффициента трения. Характер убывания напряжений от поверхности среды вглубь представлен на рис. 14. Касательные напряжения при одних и тех же условиях имеют максимум значений на некоторой глубине под штампом, при этом чем больше коэффициент трения, пористость и флюидонасыщенность, тем больше этот эффект.

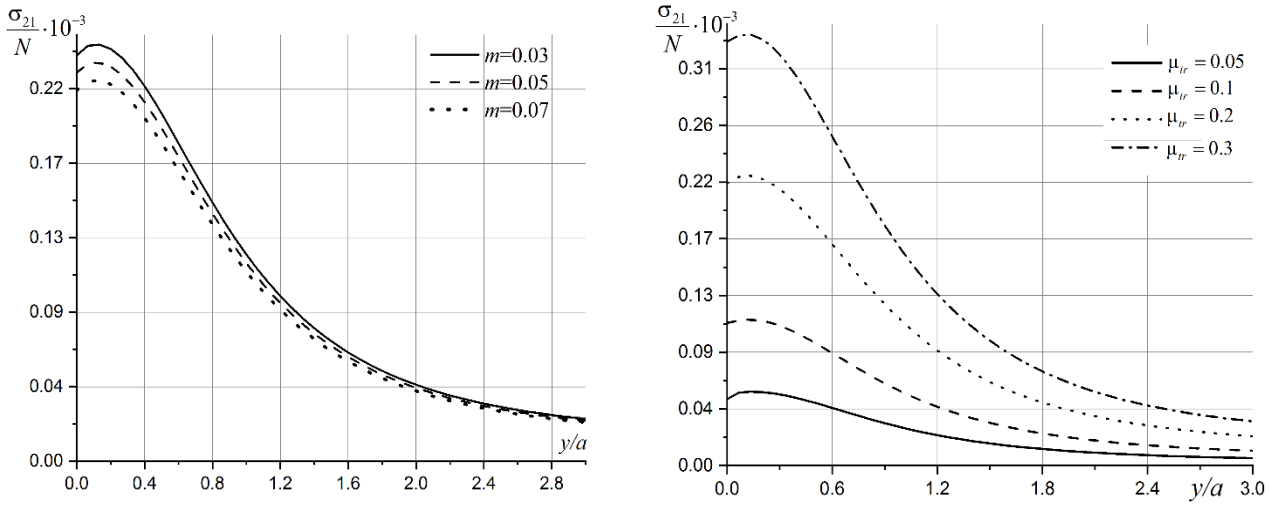

Рис. 14. Касательные контактные напряжения под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания при различных значениях флюидонасыщенности (слева) и коэффициента трения (справа)

На основании анализа данных в результате численного эксперимента установлено, что изменение коэффициента трения имеет значительно большее влияние на контактные напряжения при учете вибрации штампа, по сравнению с квазистатической задачей о движущемся штампе. Результаты проведенных численных расчетов качественно согласуются с результатами лабораторных трибологических экспериментов, представленных в Приложении для

маслонаполненных композитов с наномодифицированной матрицей. Важно также отметить, что изменение коэффициента трения существенно влияет на распределение напряжений от поверхности среды вглубь и локализацию их максимального значения. В этой связи необходимы исследования поведения лицевой поверхности основания при наличии дефектов и их идентификация, особенно, в случае их наличия на критической глубине от поверхности основания.

Пятая глава посвящена исследованию влияния дефектов в виде полостей произвольной формы в гетерогенных средах на возмущения на лицевой поверхности, а также возможность по таким перемещениям установить наличие дефекта в многофазной среде. Для этого рассмотрены динамические задачи теории упругости о колебаниях полосового волновода с полостями произвольной формы. Гетерогенная среда в рамках концепции эффективной гомогенности, изложенной в главе 2, рассматривается как эквивалентная однородная среда, обладающая ортотропным типом симметрии.

Рассмотрим ортотропный упругий слой толщины h с цилиндрическими полостями, не выходящими на его границы. Направляющие полостей представляют собой гладкие замкнутые кривые $l_k,\ k=1,2,...,M$ с образующими, параллельными оси Ox_2. Слой занимает область в декартовых координатах Ox_1x_3 $-\infty < x_1 < \infty,\quad 0 < x_3 \le h$. Оси упругой симметрии материала совпадают с осями системы координат. На верхней границе слоя $x_3 = h$ приложена нагрузка $\mathbf{p}(x_1,t) = \mathrm{Re}(\mathbf{p}(x_1)e^{-i\omega t})$. Рассматриваем установившийся режим колебаний с частотой ω, краевая задача после отделения временного множителя имеют вид:

$$\begin{gathered}
\sigma_{ij,j} + \rho\omega^2 u_i = 0, \\
\sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{k,l}, \quad i,j = 1,2,3, \\
u_i\,|_{x_3=0} = 0, \quad \sigma_{i3}\,|_{x_3=h} = p_i, \\
\sigma_{ij}\, n_j \big|_{l_k} = 0,\ k = 1,2,...,M.
\end{gathered} \tag{15}$$

где ρ – плотность среды, C_{ijkl} – компоненты тензора упругих постоянных материала, удовлетворяющие соотношениям симметрии и положительной определенности, n_j – компоненты единичного вектора нормали к кривой l_k, внешнего по отношению к области, занятой упругой средой. Замыкает постановку задачи условие излучения волн на бесконечности, при формулировке которого использован принцип предельного поглощения.

Исходная задача (15) в зависимости от способа приложения нагрузки распадается на две. Задача об антиплоских колебаниях ортотропного слоя с цилиндрической полостью (задача А) при нагрузке $p_i(x_1) = \{0, p_2, 0\}$ и плоская задача о колебаниях слоя с полостью (задача В) при нагрузке, расположенной в плоскости x_1Ox_3 . Основным способом исследования задач А, В является

предварительное сведение их к интегральным уравнениям с нерегулярными ядрами на основе идей теории потенциала. Решения краевых задач А, В строятся на основе функций Грина для слоя $U_i^{(m)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}),\ i,m=1,2,3$ и обобщенной теоремы взаимности. Функции Грина для ортотропного слоя представимы в виде однократных интегралов по контуру Υ в комплексной плоскости. Отметим, что в случае анизотропной среды построить явные представления волновых полей в слое не удается, однако их интегральные представления вполне достаточны при численной реализации метода граничных уравнений. Далее, используя теорему взаимности, получим выражения для полей перемещений в слое под действием поверхностной нагрузки с носителем на отрезке $[a,b]$. Для задач А, В они имеют вид:

$$\begin{gathered} u_m(\boldsymbol{\xi}) = u_m^*(\boldsymbol{\xi}) - \sum_{k=1}^{M} \int_{l_k} \sigma_{ij}^{(m)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi}) n_j(\boldsymbol{x}) u_i(\boldsymbol{x}) dl_x,\ i,\ j,m=1,2,3, \\ u_m^*(\boldsymbol{\xi}) = \int_a^b p_i(x_1) U_i^{(m)}(x_1,h,\boldsymbol{\xi}) dx_1. \end{gathered} \tag{16}$$

Поля перемещений в слое (16) представлены в виде суммы двух слагаемых, первое из которых $u_m^*(\boldsymbol{\xi})$ – поле смещений в среде без дефектов под действием заданной нагрузки (эталонное поле смещений), второе слагаемое обусловлено наличием полостей в слое. На основании соотношения (16) может быть рассчитано поле смещений в слое, если найдено поле смещений на границе полостей $u_m(x)\big|_{l_k}$, $k=1,2,...,M$. Определение полей смещений на границе полостей реализовано двумя способами. Первый способ, который может быть использован для полостей любой конфигурации – метод интегральных уравнений с применением метода граничных элементов. Второй способ – асимптотический метод для круговых полостей малого радиуса относительно толщины слоя.

Системы граничных интегральных уравнений (ГИУ) для задач А,В, которые за счет специального выбора функций Грина содержат операторы лишь по границе дефектов l_k, $k=1,2,...,M$ базируются на соотношениях (16) с учетом граничных условий (15) имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2} u_m(\boldsymbol{y}) = u_m^*(\boldsymbol{y}) - Vp \int_{l_k} \sigma_{ij}^{(m)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) n_j(\boldsymbol{x}) u_i(x) dl_x - \\ - \sum_{n=1,n\neq k}^{M} \int_{l_n} \sigma_{ij}^{(m)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) n_j(\boldsymbol{x}) u_i(\boldsymbol{x}) dl_x, \quad \boldsymbol{y} \in l_k,\ k=1,2,...,M \end{cases} \tag{17}$$

В результате дискретизации системы граничных интегральных уравнений (17) она была сведена к системе линейных алгебраических уравнений, относительно неизвестных узловых смещений на контурах полостей $l_k, k=1,2,...,M$. Надо отметить, что число граничных элементов N выбиралось таким образом,

чтобы было не менее 5-6 элементов на длину волны, однако, необходим контроль числа граничных элементов для гарантированной точности вычисления полей смещений, поскольку далее эта информация являлась входной при решении обратных задач. Заметим, что такой подход, хоть и применим для контуров произвольной конфигурации, однако связан со значительными вычислительными трудностями и большими временными затратами. В случае малого характерного размера полости на основании асимптотического подхода при анализе ГИУ (17) получены формулы, описывающие поля смещений на контуре дефекта, минуя процедуру дискретизации систем ГИУ для безразмерных параметров $\varepsilon_1 = r/h << 1$ и $\varepsilon^* < \varepsilon_2 < 1, \varepsilon_2 = kr$. Поля смещений на поверхности слоя имеют вид:

$$u_m(\xi_1, h) = u_m^*(\xi_1, h) - \sum_{p=1}^{M} A_p^{(m)}(\boldsymbol{x}_0, r) e^{-i\alpha_{1p}^* \xi_1 sign(x_{10} - \xi_1)} + \\ + O(e^{-\varsigma \xi_1 sign(x_{10} - \xi_1)}), \quad m = 1, 2, 3 \tag{18}$$

где M – число распространяющихся волн в слое, α_{1p}^* – вещественные полюса подынтегральных мероморфных функций.

Амплитуды бегущих волн на поверхности слоя для задачи А, В имеют вид, соответственно (19), (20):

$$A_p^{(2)} = (-1)^{n+1} \varepsilon_1^2 \pi h e^{-i\alpha_{1p}^* x_{10}} \Big[k^2 u_2^*(x_0) sh(\lambda_p^* x_{30}) / \nu \alpha_{1p}^* + \\ + i u_{2,1}^*(x_0) sh(\lambda_p^* x_{30}) - u_{2,3}^*(x_0) \lambda_p^* ch(\lambda_p^* x_{30}) / \nu \alpha_{1p}^* \Big], \tag{19}$$

$$A_p^{(m)} = \frac{\varepsilon_1^2 \pi i \exp(-i\alpha_{1p}^* x_{10})}{2\psi(\alpha_{1p}^*)} \Big[\Phi_0^{(m)}(x_{30}) u_1^*(\boldsymbol{x}_0) + \Omega_0^{(m)}(x_{30}) u_3^*(\boldsymbol{x}_0) + \\ + \Phi_k^{(m)}(x_{30}) u_1^{(k)}(\boldsymbol{x}_0) + \Omega_k^{(m)}(x_{30}) u_3^{(k)}(\boldsymbol{x}_0) \Big], \; k = 1,3, \; m = 1,3 \tag{20}$$

Численная реализация задач А, В проведена на основе созданного комплекса программ в Matlab, включающего в себя программный модуль вычисления контурных интегралов при учете особенностей подынтегральных функций, их осцилляцию. Численный эксперимент был проведен на примере металлокерамического композита. Кроме того, решение рассматриваемой задачи (15) было реализовано численно при использовании пакета Comsol Multiphysics. Сравнение результатов двух подходов при решении задачи (15) показали их полную идентичность. Однако, надо отметить, особенность при решении на основе конечно-элементного моделирования. В случае удаления точки приложения нагрузки от дефекта количество конечных элементов значительно возрастает при дискретизации увеличивающейся области, также наблюдается и рост погрешности при расчете полей смещений всюду в области, занятой упругой средой, на основе таких двух подходов.

На рис. 15 приведены графики безразмерных компонент поля смещений на верхней границе слоя $x_3 = h$ для случая двух полостей: окружность ($r = 0.1h$, $x_{10} = x_{30} = h/2$) и эллипс, с полуосями $a = 0.4h,\ b = 0.05h$, координаты центра полости $x_{10} = 3h/2,\ x_{30} = h/2$, безразмерное волновое число $\kappa = kh = 2.0$, точка приложения сосредоточенной нагрузки на поверхности слоя $x_{10}^* = 0$. Сплошной линией изображено эталонное волновое поле, для случая одной и двух полостей в слое волновые поля изображены штриховой и пунктирной линией соответственно.

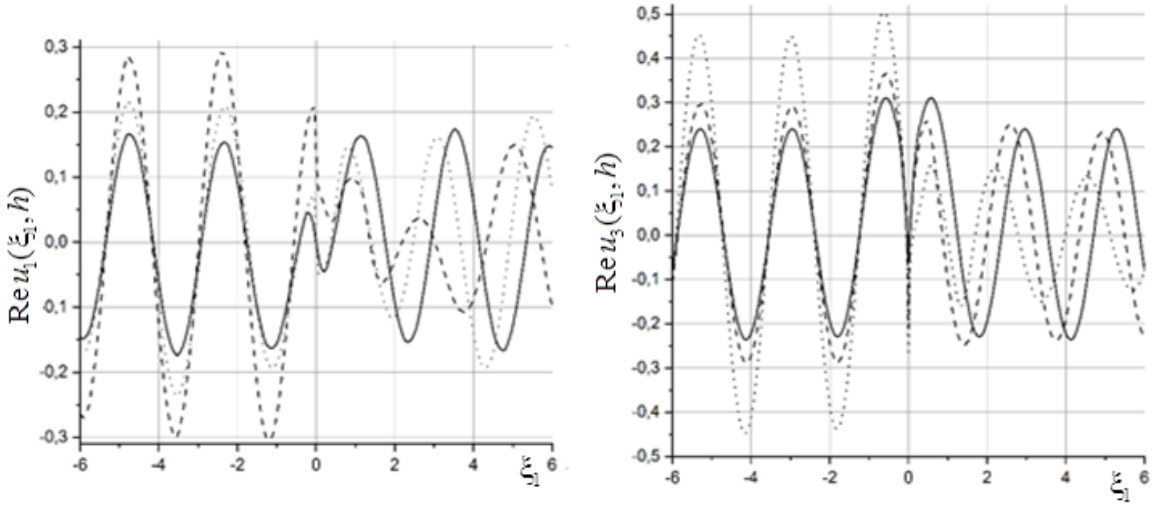

Рис. 15. Действительные части волновых полей $u_m(\xi_1, h),\ m = 1,3$ на поверхности слоя $x_3 = h$; сплошная линия соответствует эталонному полю смещений, штриховая и пунктирная линии полям смещений для случая одной и двух полостей в слое

Проведен ряд численных экспериментов по расчету волновых полей на поверхности слоя для случая цилиндрической полости кругового сечения малого относительного размера на основании метода граничных элементов, асимптотического подхода на основании соотношений (16) – (20) построены поля перемещений $\upsilon_m(\xi_1, h) = u_m(\xi_1, h) - u_m^*(\xi_1, h),\ m = 1,2,3$ на поверхности слоя $x_3 = h$, обусловленных лишь наличием полости, определена область корректной работы асимптотического подхода для задач А и В для среднезаглубленных полостей малого поперечного размера. На рис. 16 – 17 приведены графики безразмерных компонент полей смещений на поверхности слоя $\upsilon_m(\xi_1, h),\ m = 1,2,3$ для двух распространяющихся мод. При этом, значения параметров $\varepsilon_1 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 0.6$ (задача А) и $\varepsilon_1 = 0.15$, $\varepsilon_2 = 0.3$ (задача В), l_0 – окружность с центром в точке $(0,\ h/2)$, число граничных элементов $N = 12$. Сплошная линия соответствует расчетам по МГЭ, маркером «*» отмечены графики полей, полученных на основе асимптотического подхода.

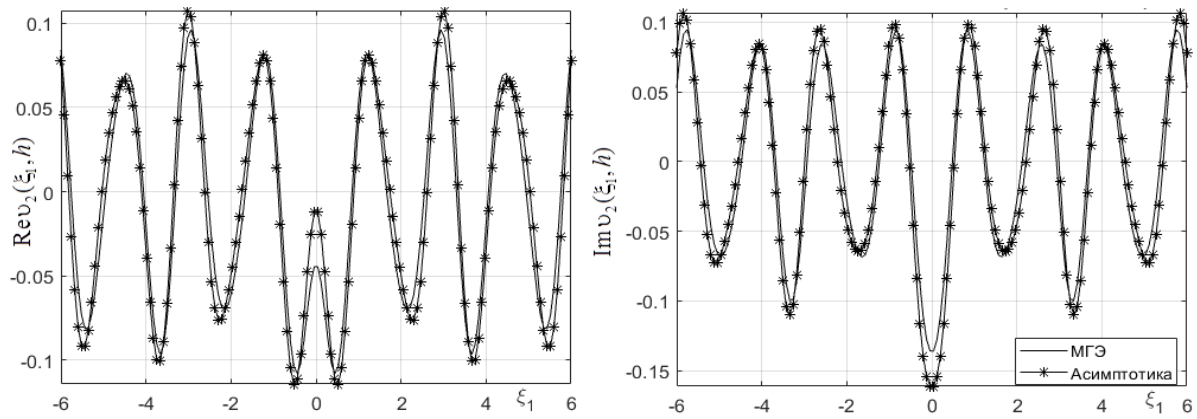

Рис. 16. Действительная и мнимая части поля перемещений $\upsilon_2(\xi_1, h)$ для значений параметров $\varepsilon_1 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 0.6$

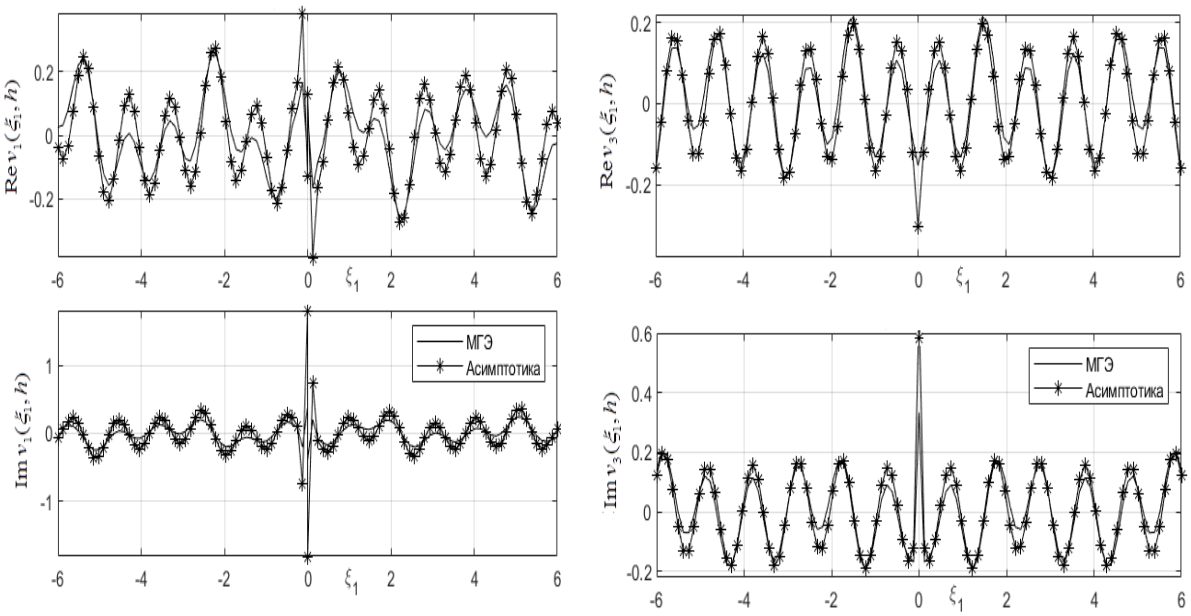

Рис. 17. Действительная и мнимая части полей перемещений $\upsilon_m(\xi_1, h)$, $m = 1,3$ для значений параметров $\varepsilon_1 = 0.15$, $\varepsilon_2 = 0.3$

Решение обратных задач идентификации дефекта по измеренным волновым полям на части верхней границы слоя $u_m(\xi_1, h) = f_m(\xi_1)$, $i = 1,2,3$, $\xi_1 \in [c, d]$ осуществлялось путем сведения исходных задач к системе нелинейных операторных уравнений, которая содержит операторы с гладкими ядрами. В рамках метода регуляризации на конечномерных множествах, когда известна некоторая априорная информация о геометрии контура полости, решение обратных задач определяется на основе минимизации функционала невязки, в рамках позиционного (21) или частотного (22) зондирований:

$$\Phi[\varsigma] = \sum_m \sum_{k=1}^{N} | f_m(\xi_{1k}) - u_m(\varsigma, \xi_{1k}) |^2, \quad \xi_{1k} \in [c, d], \; m = 1,2,3, \tag{21}$$

$$\Phi[\varsigma] = \sum_m \sum_{i=1}^{M} | f_m(k_i) - u_m(\varsigma, k_i) |^2, \quad i = \overline{1, M}, \; m = 1,2,3. \tag{22}$$

где ς – вектор неизвестных характеристик контура. Численная реализация минимизации функционалов (21), (22) была проведена на основе созданного комплекса программ в Matlab, с использованием генетического алгоритма и метода Нелдера-Мида. Применение гибридного алгоритма поиска минимума обусловлено большой размерностью области, в которой осуществляется поиск искомых параметров полости и овражистый характер функционалов (21), (22). Исследована работоспособность алгоритма в зависимости от количества бегущих волн в слое, расположения и числа точек зондирования. На основании численных экспериментов сделан вывод, что приемлемыми с точки зрения процедуры реконструкции являются частоты, на которых имеются две и более бегущих волн, выявлено оптимальное число точек зондирования, достаточное для определения искомых параметров полости. Приведены результаты численных экспериментов. Также, представлены асимптотические подходы при решении обратных задач в случае малости характерного размера круговой полости по сравнению с толщиной слоя. В случае антиплоской деформации слоя на основании асимптотического подхода (два способа реализации), удалось получить аналитические формулы для определения неизвестных параметров полости. Представленные в работе алгоритмы позволяют определять параметры, характеризующие полость с достаточной степенью точности (менее 9%) в рамках корректной работы асимптотического подхода по сравнению с методом граничного элемента. Анализ данных, полученных в рамках численных экспериментов позволили сделать вывод о работоспособности представленных методов решения обратных задач и устойчивой процедуре идентификации неизвестных параметров.

В заключении сформулированы основные результаты исследования.

В приложении приведено описание методов исследования трибологических характеристик наномодифицированных композиционных материалов с вязкими флюидными наполнителями и экспериментальные данные определения коэффициента трения для исследуемых композитов в зависимости от гибридного наполнителя.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложены подходы для определения эффективных свойств гетерогенных материалов на основании комплексирования результатов лабораторных экспериментальных исследований, методов микромеханики, методов конечно-элементного моделирования на примере композитов с матрицей из конструкционного материала фенилона С-2 с различными наноразмерными добавками (фторопласт, алюмомагниевая шпинель, аримид) и наполнителями (Ц-52, ПФМС, ВГО); показана возможность рационального выбора объемной доли

добавок и наполнителей на основании математических моделей, при конструировании композита с заданными механическими и фрикционными свойствами.

2. Построено решение новых контактных задач для пористоупругих флюидонасыщенных оснований (полупространство, слой, слоистое полупространство) при учете трения в области контакта в динамической и квазистатической постановках при описании двухфазной среды с изотропным скелетом в рамах модели Био-Френкеля в терминах перемещений. Разработан аналитико-численный метод построения трансформант Фурье матриц-функций Грина для описанных гетерогенных флюидонасыщенных оснований в двумерной постановке на основании созданного комплекса программ в Maple.

3. Построено решение новых контактных задач при учете трения в области контакта для гетерогенной среды, описанной эквивалентной изотропной гомогенной средой в квазистатической и динамической постановке. Проведен сравнительный анализ решения контактных задач для двух подходов к описанию микроструктуры основания (в рамках модели Био-Френкеля и концепции эффективной гомогенности). Дано аналитическое обоснование правомерности описания гетерогенной среды на основании двух подходов.

4. Предложен аналитико-численный подход к решению интегральных уравнений первого рода с разностным ядром для контактных задач теории упругости для пористоупругой флюидонасыщенной слоистой среды при учете асимптотик символов ядер интегральных уравнений путем явного выделения таких компонент с дальнейшим применением метода граничных элементов. Численные результаты при решении контактных задач получены на основании созданных программных комплексов в Matlab, Ansys. Анализ численных результатов позволил идентифицировать зависимость напряженно-деформируемого состояния гетерогенной среды при контактном воздействии от типа основания, характера нагружения, механических свойств фаз, степени их взаимодействия, частотного диапазона колеблющегося штампа, коэффициента трения. Для случая установившихся колебаний штампа показано наличие энергоемких частот, зависящих от всех параметров задачи.

5. Развит метод граничных интегральных уравнений при решении динамических задач теории упругости для микронеоднородного слоя, описываемого ортотропной гомогенной средой, с цилиндрическими полостями произвольной формы. Развит аналитический метод построения систем сингулярных интегральных уравнений относительно функций смещения для ортотропного слоя при наличии полостей произвольной формы. Разработан асимптотический подход при анализе ядер интегральных уравнений для случая одной полости малого характерного размера круговой формы, дана оценка области корректной работы асимптотического подхода по сравнению с методом граничных

элементов. Выполнен численный анализ поставленной задачи в рамках конечно-элементного моделирования, результаты вычислительного эксперимента сопоставлены с результатами, полученными на основании аналитико-численного решения динамической задачи на основании ее сведения к системам граничных интегральных уравнений.

6. Развиты методы решения обратных геометрических задач идентификации полости в ортотропном слое, на основании итерационного алгоритма определения неизвестных параметров полости произвольного поперечного сечения и асимптотического подхода при анализе волновых полей на лицевой поверхности слоя, ослабленного круговой полостью малого радиуса. Установлены зависимости точности восстановления характеристик полости от частоты зондирующего сигнала и количества точек зондирования на лицевой поверхности слоя. В случае круговой полости малого радиуса получены явные аналитические представления для определения ее неизвестных параметров.

Рекомендации и перспективы дальнейших исследований по теме диссертации. Комплекс методов исследования напряженно - деформированного состояния гетерогенных сред в зависимости от фазового состава, физико-механических свойств, режимов нагружения не только открывает большие возможности по созданию нового класса композиционных самосмазывающихся материалов, в том числе демпфирующих, и покрытий на их основе с требуемыми эксплуатационными свойствами, но также может служить основой для разработки гетерогенных антифрикционных ионно-плазменных покрытий, в том числе с учетом дефектов подложки. Кроме этого, разработанные методы исследования могут найти применение при решении прикладных проблем геомеханики, судостроения, высокоскоростного движения транспорта, строительства.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Учебник:

1. Ватульян А.О., Беляк О.А., Сухов Д.Ю., Явруян О.В. Обратные и некорректные задачи. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2011. – 231 с.

Монография:

2. Колесников В.И., Беляк О.А. Математические модели и экспериментальные исследования – основа конструирования гетерогенных антифрикционных материалов. – М: Физматлит, 2021. – 216 с.

Статьи в изданиях перечня ВАК РФ

3. Суворова Т.В., Беляк О.А., Суворов А.Б. О прогнозировании эффективности слоистых подкрепляющих конструкций железнодорожного пути на основе математических моделей // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2007, № 2 (26). – С. 116–122.
4. Суворова Т.В., Беляк О.А., Усошин С.А. Волновое поле, генерируемое в слоистом полупространстве движущейся осциллирующей нагрузкой // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2008, № 1. – С. 53 – 61.
5. Суворова, Т.В. Математическое моделирование деформации основания железнодорожного пути при встречном движении поездов/ Т.В. Суворова, О.А. Беляк, С.А. Усошин // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2011, № 4 (44). – С. 155 – 161.
6. Суворова Т.В., Беляк О.А., Усошина Е.А. Математическое моделирование задачи о динамическом воздействии массивного объекта на неоднородное гетерогенное основание // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014, № 1. – С. 93 – 99.
7. Беляк О.А., Ларин А.Е., Суворова Т.В. Математическая модель верхнего строения железнодорожного пути как конструктивно ортотропной плиты // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2017, № 3 (67). – С. 119 – 124.
8. Иваночкин П.Г., Суворова Т.В., Данильченко С.А., Новиков Е.С., Беляк О.А. Комплексное исследование полимерных композитов с матрицей на основе фенилона С-2 // Вестник РГУПС. – 2018. – Т.72, № 4. – С. 18 – 25.
9. Беляк О.А., Суворова Т.В. Влияние микроструктуры основания на силы трения при движении плоского штампа // Экол. вестн. научн. центров ЧЭС. – 2018, № 3. – С. 25 – 31.
10. Беляк О.А., Суворова Т.В. Учет трения в области контакта при колебаниях жесткого штампа на поверхности полуограниченной среды // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2019. – Т.16, № 3. – С. 33 – 39.
11. Суворова Т.В., Беляк О.А., Иваночкин П.Г., Данильченко С.А. Моделирование механических характеристик маслонаполненных композитов // Вестник РГУПС. – 2019. – Т.76, № 4. – С. 34 – 41.
12. Беляк О.А., Суворова Т.В. О влиянии взаимодействия фаз гетерогенного основания на контактные напряжения при колебаниях штампа с трением // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2020. – Т. 17, № 3. – С. 29 – 36.
13. Беляк О.А., Суворова Т.В. Колебания штампа на поверхности гетерогенного слоя при учете трения в области контакта // Прикладная математика и механика. – 2021. – Т. 85, № 3. – С. 321 – 331.

Статьи в рецензируемых изданиях, включенных в библиографические базы данных цитирования Web of Science и Scopus:

14. Ватульян А.О, Беляк О.А. О различных способах реконструкции полости в ортотропном слое // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 3 (295). – С. 181 – 189.
в переводной версии журнала:
Vatulyan A.O., Belyak O.A. Various methods of reconstruction of a cavity in an orthotropic layer // Journal of applied mechanics and technical physic. – 2009. – Vol. 50, is. 3(295). – P. 181–189.
15. Колесников В.И., Беляк О.А., Колесников И.В., Суворова Т.В. О математической модели для прогнозирования трибологических свойств маслонаполненных композитов при вибрации // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки – 2020. – Т. 491. – С. 44 – 47.
в переводной версии журнала:
Kolesnikov V.I., Belyak O.A., Kolesnikov I.V., Suvorova T.V. A mathematical model for prediction of the tribological properties of oil-filled composites under vibration // Doklady physics. – 2020. – Vol. 491. – P. 44–47.
16. Belyak O.A, Suvorova. T.V. Modeling Stress Deformed State Upon Contact with the Bodies of Two-Phase Microstructure, Solid State Phenomena. – 2020. – Vol. 299. – P. 124 – 129.
17. Ватульян А.О., Беляк О.А. Асимптотический подход к расчету волновых полей в слое с дефектом малого характерного размера // Акустический журнал. – 2020. – Т. 66, №3. – С. 235–241.
в переводной версии журнала:
Vatulyan A.O., Belyak O.A. An asymptotic approach to the calculation of wave fields in a layer with a defect with a small characteristic size // Acoustical physics. – 2020. – Vol. 66, is. 3. – P. 235-241.
18. Ватульян А.О., Беляк О.А. Обратная задача идентификации малого дефекта на основе асимптотического метода // Дефектоскопия. – 2020. – №7. – С. 3–9.
в переводной версии журнала:
Vatulyan A.O., Belyak O.A. Inverse problem of identifying a small defect based on an asymptotic method / Russian journal of nondestructive testing. – 2020. – Vol. 56, is. 7. – P. 549–555.
19. Kolesnikov V.I., Suvorova T.V., Belyak O.A. Modeling antifriction properties of composite based on dynamic contact problem for a heterogeneous foundation // Materials Physics and Mechanics. – 2020. – №4. – P. 17 – 27.
20. Суворова Т.В., Беляк О.А. Контактные задачи для пористоупругого композита при наличии сил трения // Прикладная математика и механика. – 2020. – Т. 84, №4. – С. 529 – 539.
в переводной версии журнала:
Suvorova, T.V., Belyak, O.A. Contact Problems for a Porous Composite in the Presence of Friction Forces. Mech. Solids. – 2020. – Vol. 55. – P. 1463–1470.
21. Kolesnikov V.I., Suvorova T.V., Belyak O.A. Modeling Mechanical Properties of Multilayer Coatings TiAlN // Defect and Diffusion Forum. –2021. –Vol. 410. – P. 578 – 584.

22. Беляк О.А., Суворова Т.В. Прогнозирование механических свойств антифрикционных композитных материалов // Механика композитных материалов. – 2021. – Т. 57, № 5. С. 917 – 932.
в переводной версии журнала:
Belyak O.A., Suvorova T.V. Predicting of the mechanical properties of antifriction composite materials // Mechanics of Composite Materials. –2021. – Vol. 57, № 5. С. 647 – 656.

Статьи в сборниках материалов конференций, входящих в Web of Science и Scopus

23. Suvorova T.V., Belyak O.A., Ivanochkin P.G., Danilchenko S.A. Modeling the mechanical characteristics of tribotechnical composites // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – 012018.
24. Belyak O.A., Suvorova T.V. Modelling of dynamic processes in an elastic base with a heterogeneous coating // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – 044038.
25. Kolesnikov V.I., Suvorova T.V., Belyak O.A. Mechanical properties of multilayer coatings TiAlN // Journal of Physics: Conference Series – 2021. – Vol. 1954. – 012019.

Публикации в прочих научных изданиях

26. Суворова Т.В., Беляк О.А. О колебаниях многослойного гетерогенного полупространства под действием осциллирующей нагрузки // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2006. – № 2. – С. 127–134.
27. Беляк О.А. Волновые поля в анизотропном слое с полостью малого размера // Транспорт-2009: труды Всероссийской научно-практической конференции в 3-х частях. – Т. 1. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2009. – С. 18–20.
28. Беляк О.А. Реконструкция полости в ортотропном слое // ТРАНСПОРТ-2012: труды Всероссийской научно-практической конференции в 3-х частях. Т. 1: Естественные и технические науки. – Т. 1. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2012. – С. 35–36.
29. Беляк О. А. О решении интегрального уравнения смешанной задачи для анизотропного слоя с дефектами // Транспорт-2013: труды международной научно-практической конференции. Т. 3: Естественные и технические науки. – Т. 3. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС – 2013. – С. 222–224.
30. Беляк О.А., Ларин А.Е., Суворова Т.В. Колебания трехмерной ортотропной плиты на слоистом вязкоупругом основании // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2014. – № 5. – С. 8–11.
31. Беляк, О.А, Суворова Т.В. Нестационарное воздействие массивного объекта на неоднородное гетерогенное основание // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2014. – Т. 21, №1. – С. 37 – 38.
32. Беляк О.А. Линеаризованные обратные задачи о колебании анизотропного слоя с полостью // Транспорт-2014: труды Международной научно-практической конференции в 4-х частях. Т. 3: Технические и естественные науки. – Т. 3. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2014. – С. 153–154.

33. Беляк О. А. Идентификация дефектов в анизотропных средах // Транспорт-2015: труды международной научно-практической конференции. – Т. 3. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2015. – С. 142 – 144.
34. Беляк О. А. Метод линеаризации обратных геометрических задач // Транспорт: наука, образование, производство: труды международной научно-практической конференции: Т. 4: Технические и естественные науки. – Т. 4. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2016. – С. 216 – 218.
35. Беляк О.А., Ларин А.Е., Суворова Т.В. Особенности динамики трехмерной ортотропной плиты, колеблющейся на упругом основании // Современное развитие науки и техники: сборник научных трудов Всероссийской национальной научно-практической конференции. Т. 2: Технические, экономические, гуманитарные и юридические науки. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2017. – С. 99 – 101.
36. Беляк О. А. Колебания анизотропного слоя с дефектами // Транспорт: наука, образование, производство: сборник научных трудов Международной научно-практической конференции. Т. 3: Технические и естественные науки. – Т. 3. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2017. – С. 27 – 30.
37. Беляк О.А., Суворова Т.В. Движение жесткого выпуклого штампа по гетерогенной полуплоскости // Современные проблемы механики сплошной среды: труды XIX Международной конференции. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2018. – С. 29 – 32.
38. Беляк О.А., Суворова Т.В. Движение жесткого выпуклого штампа по гетерогенной полуплоскости // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XIX Международной конференции. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2018. – С. 14.
39. Беляк О.А., Суворова Т.В. Определение напряженно-деформированного состояния в трибосистеме на примере контактной задачи о движущемся штампе по двухфазному основанию // Транспорт: наука, образование, производство: сборник трудов Международной научно-практической конференции. Т. 4: Технические, естественные, гуманитарные и юридические науки. – Т. 4. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2018. – С. 82–85.
40. Belyak O.A., Suvorova T.V. The influence of polymer composite structure on the friction force of tribosystem // International Conference on “Physics and mechanics of new materials and their applications”: Abstracts & Schedule. – Busan: Korea Maritime and Ocean University. – 2018. – P. 65 – 66.
41. Беляк О.А. Математические модели для определения механических свойств флюидосодержащих композитов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: аннотации докладов. – Уфа: Издательство БашГУ. – 2019. – С. 247 – 248.
42. Беляк О.А. Математические модели для определения механических свойств флюидосодержащих композитов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4-х томах. Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. – Т. 3. – Уфа: Издательство БашГУ. – 2019. – С. 871 – 872.

43. Беляк О.А., Суворова, Т.В. Контактные задачи для гетерогенных оснований в условиях трибологического контакта // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: аннотации докладов. – Уфа: Издательство БашГУ. – 2019. – С. 247.
44. Беляк О.А., Суворова Т.В. Контактные задачи для гетерогенных оснований в условиях трибологического контакта // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4-х томах. Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. – Т. 3. – Уфа: Издательство БашГУ. – 2019. – С. 868 – 870.
45. Суворова Т.В., Беляк О.А. Моделирование волновых процессов в неоднородном гетерогенном основании // Транспорт: наука, образование, производство (Транспорт-2019): сборник научных трудов. Т. 4: Технические и естественные науки. – Т. 4. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2019. – С. 262 – 266.
46. Беляк О.А. Асимптотический подход к расчету волновых полей в анизотропном слое // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XIV Всероссийской школы. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2019. – С. 11.
47. Суворова Т.В., Беляк О.А. О динамической контактной задаче для гетерогенных сред при учете трения в области контакта // Транспорт: наука, образование, производство: труды международной научно-практической конференции. – Ростов-на-Дону: Издательство РГУПС. – 2020. – С. 338 – 342.
48. Суворова Т.В., Беляк О.А. Колебания штампа на гетерогенном основании при учете трения в области контакта и структуры среды // Современные проблемы механики сплошной среды: труды XX Международной конференции в 2-х томах. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2020. – С. 216 – 220.
49. Беляк О.А. Об асимптотическом подходе к решению обратной задачи реконструкции малого дефекта в ортотропной полосе // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды XX международной конференции в 2-х томах. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2020. – С. 24 – 28.
50. Kolesnikov V.I., Suvorova T.V., Belyak O.A. Modeling Antifriction Properties of Composite Coatings Based on Dynamic Contact Problems // XLVIII International Conference “Advanced Problems in Mechanics”: book of abstracts. – St. Petersburg: SPbPU. – 2020. – P. 6.
51. Беляк О.А. Об асимптотическом подходе к решению обратной задачи реконструкции малого дефекта в ортотропной полосе // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XX международной конференции. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2020. – С. 16.
52. Суворова Т.В., Беляк О.А. Колебания штампа на гетерогенном основании при учете трения в области контакта и структуры среды // Современные проблемы механики сплошной среды: тезисы докладов XX международной конференции. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2020. – С. 163.

53. Иваночкин П.Г., Беляк О.А. Влияние наноразмерных наполнителей на вязкоупругие свойства композиционных материалов с матрицей на основе фенилона // Новые материалы и технологии в машиностроении. – 2020. –№ 32. – С. 25 – 29.
54. Belyak O. A. Wave Fields in an Orthotropic Strip Weakened by a Cylindrical Cavity of Small Characteristic Size // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. – 2021. – P. 49.
55. Belyak O.A., Suvorova T.V. On the Prediction of the Mechanical and Tribological Properties of Depressively Filled Composites // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. – 2021. – P. 50.
56. Suvorova T.V., Belyak O.A. Determination of the Tribological Properties of the Oil Saturated Composite under Dynamic Effects Depending on the Viscosity of the Liquid Phase // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. – 2021. – P. 264.
57. Колесников В.И., Беляк О.А., Суворова Т.В. Динамическая контактная задача для гетерогенного основания // Актуальные проблемы механики сплошной среды: материалы VII международной конференции. – Ереван: Издательство «Гитутюн» НАН РА. – 2021. – С. 140 – 144.
58. Беляк О.А. Обратная задача идентификации дефекта малого характерного размера // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XV всероссийской школы. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ. – 2021. – С. 16.
59. Беляк О.А. Прямая и обратная задача идентификации дефекта в ортотропном слое // Актуальные проблемы механики сплошной среды: материалы VII международной конференции. – Ереван: Издательство «Гитутюн» НАН РА. – 2021. – С. 59 – 63.

БЕЛЯК ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА

ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ С УЧЕТОМ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Подписано в печать .2022 г. Формат 60x84/16

Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. п. л. 2.5.

Тираж 150 экз. Заказ № .

Типография ООО «Фонд науки и образования»,
г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 111.