

На правах рукописи



Мякишева Ольга Александровна

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ  
СЛОИСТЫХ УПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ**

01.02.04 —механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Краснодар – 2019

Работа выполнена в Институте математики, механики и информатики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
**Глушков Евгений Викторович**

Официальные оппоненты: **Киселев Алексей Прохорович**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Санкт-Петербургское отделение Математического  
института им. В.А. Стеклова РАН,  
ведущий научный сотрудник

**Беляк Ольга Александровна**  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Ростовский государственный университет путей сообщения,  
доцент кафедры высшей математики

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»

Защита диссертации состоится «20» декабря 2019 года в 16.00 часов на заседании совета Д 212.101.07 ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149, ауд. 231.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» по адресу: 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149, <http://www.kubsu.ru/ru/science/dissertations>.

Автореферат разослан “\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2019 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Зарецкая М.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена решению краевых задач динамической теории упругости, возникающих при исследовании волновых процессов в слоистой упругой пластине, погруженной в акустическую среду, при работе бесконтактного ультразвукового излучателя. В рамках интегрального подхода получены явные интегральные и асимптотические представления для волновых полей, возбуждаемых в связанной системе источник – акустическая среда – погруженный волновод, и на этой основе разработана иерархия математических и компьютерных моделей для волноводов различной сложности, начиная от упрощенных моделей пластин Кирхгофа-Лява до многослойных композитов с, в общем случае, произвольной анизотропией упругих свойств составляющих их слоев. Изучаются амплитудно-частотные и энергетические характеристики волновых полей, исследуются резонансные эффекты и анализируется распределение энергии источника между возбуждаемыми объемными и бегущими волнами различных типов.

**Актуальность работы.** В настоящее время ультразвуковые поверхностные акустические волны (ПАВ) активно используются в системах постоянного волнового контроля состояния элементов тонкостенных конструкций (научно-техническое направление – Structural Health Monitoring (SHM)). Преимущество SHM технологий по сравнению с традиционной ультразвуковой дефектоскопией заключается в возможности контролировать большие площади конструкций с помощью сравнительно редкой сети встроенных активных пьезосенсоров, которые возбуждают и регистрируют ультразвуковые ПАВ. Однако, здесь все еще остается много нерешенных или малоисследованных проблем, особенно при использовании SHM-технологий для контроля инженерных конструкций, эксплуатируемых в сложных окружающих условиях, например, при их контакте с жидкостью или газом (погруженные волноводы). Влияние окружающей акустической среды приводит к усложнению волновых процессов в упругих структурах: за счет оттока энергии в окружающую среду усиливается затухание распространяющихся колебаний, происходит появление новых типов бегущих волн, что требует учета данных эффектов в математических и компьютерных моделях и при проведении экспериментов, необходимых для развития SHM-систем.

Наряду со встроенными пьезоисточниками в последние годы в SHM все шире применяются бесконтактные преобразователи (air-coupled transducers – АСТ) в сочетании с сетью пьезосенсоров. Взаимодействие акустического пучка, генерируемого АСТ, с упругой пластиной также приводит к появлению бегущих волн, распространяющихся вдоль погруженного волновода, поэтому

такие источники, перемещаемые вдоль поверхности специальными манипуляторами, также используются для инспекции больших площадей, например, подводной части корпуса судна или обшивки авиалайнера.

Учитывая физические принципы работы АСТ преобразователей, их эффективное применение в SHM-системах предполагает развитие адекватных компьютерных моделей для правильной интерпретации получаемых с их помощью результатов и совершенствования соответствующих экспериментальных процедур.

Рассматриваемые в диссертационной работе задачи возникают также при решении проблем звуко- и виброизоляции или гидроакустической скрытности, разработке ультразвуковых систем определения и контроля механических свойств новых материалов и во многих других областях науки и техники.

**Целью** работы является создание эффективных математических и компьютерных моделей и исследование на их основе процессов возбуждения и распространения объемных, бегущих, а также вытекающих волн в связанной системе: слоистый упругий волновод – акустическая среда – источник.

Для достижения поставленных целей:

- 1) В общей постановке (пространственная многослойная анизотропная пластина, погруженная в акустическую жидкость) получены явные интегральные и асимптотические представления функции Грина рассматриваемой динамической задачи теории упругости и на этой основе разработаны и реализованы эффективные компьютерные модели для анализа амплитудно-частотных и энергетических характеристик всех типов волн, возбуждаемых заданным источником (отраженные и прошедшие акустические волны, вытекающие волны Лэмба и незатухающие волны Шолте-Стоунли).
- 2) На основе сопоставления с независимыми численными и экспериментальными результатами проведена верификация разработанных моделей.
- 3) Изучен энергетический баланс системы источник-среда-волновод, исследованы резонансные эффекты, проанализирован механизм перераспределения волновой энергии между объемными и бегущими волнами на частотах резонансного прохождения акустических сигналов через упругую пластину.
- 4) Исследованы закономерности проявления эффекта обратных волн в погруженном волноводе, изучен перенос энергии квазиобратными бегущими волнами.

- 5) Разработана и реализована методика определения оптимальных параметров возбуждения бегущих волн бесконтактным преобразователем; показано, что они в общем случае не совпадают с хорошо известными в структурной акустике частотами максимума энергии, отдаваемой источником, работающим вблизи упругой преграды.
- 6) Исследовано влияние анизотропии упругих свойств на диаграммы направленности бегущих волн, возбуждаемых бесконтактным излучателем, и на декремент затухания вытекающих волн Лэмба.
- 7) Исследован вопрос о существовании/несуществовании низкочастотной незатухающей антисимметричной моды  $A_0$ .

**Методология и методы исследования.** Математическое моделирование проводится на основе интегрального подхода, который занимает промежуточное положение между лучевой теорией и модальным анализом с одной стороны и прямыми численными методами решения волновых задач с другой стороны, сочетая их достоинства. В рамках данного подхода возбуждаемые и рассеиваемые волновые поля представляются через поверхностные интегралы, содержащие фундаментальные решения (функции Грина) для рассматриваемых погруженных волноводных структур. Асимптотические формулы, получаемые из точных интегральных представлений, строятся с помощью метода стационарной фазы и теории вычетов. Разработанные математические и компьютерные модели реализуются в виде программных комплексов, для верификации которых численно проверяются уравнения, граничные условия и энергетический баланс, а также проводится сопоставление с независимыми результатами других авторов и экспериментальными данными.

**Научную новизну** исследования составляют следующие результаты:

- 1) Асимптотические представления отраженных и прошедших объемных волн в дальней зоне с учетом сближения стационарной точки с полюсом вытекающих волн Лэмба.
- 2) Результаты анализа распределения энергии источника между возбуждаемыми прошедшими, отраженными и бегущими волнами (полный энергетический баланс системы источник-среда-волновод); определение параметров работы источника, обеспечивающих максимизацию энергии волн требуемого типа, в первую очередь используемых в SHM бегущих волн.
- 3) Результаты анализа структуры энергетических потоков в системе источник-среда-волновод, в том числе и характера ее изменения на частотах

резонансного прохождения падающего акустического пучка через упругую пластину.

- 4) Изучение резонансных явлений, связанных с обратной модой и модой с нулевой групповой скоростью; разъяснение кажущегося парадокса обратного переноса энергии вдоль пластины.
- 5) Результаты анализа влияния анизотропии упругих свойств материала на амплитудно-частотные характеристики вытекающих волн, возбуждаемых бесконтактным преобразователем, в том числе, зависимости декремента затухания от направления их распространения.
- 6) Результаты численного анализа, показывающие отсутствие антисимметричной моды  $A_0$  в низкочастотном диапазоне и ее появление на более высоких частотах после выхода волнового числа этой моды с нефизического риманового листа на физический.

**Практическая значимость** диссертационного исследования состоит в том, что полученные результаты могут быть использованы при проектировании и реализации систем ультразвукового неразрушающего контроля и систем вибро- и звукоизоляции, а также для определения упругих свойств и идентификации дефектов по характеристикам регистрируемых волн с учетом взаимодействия с внешней средой.

**На защиту выносятся:**

- 1) Математическая модель, описывающая взаимодействие волнового поля, возбуждаемого бесконтактным круговым источником, с упругим анизотропным слоистым волноводом.
- 2) Численно-аналитическая схема решения краевых задач о бесконтактном динамическом взаимодействии ультразвукового источника с погруженным анизотропным слоистым волноводом.
- 3) Результаты численного параметрического анализа амплитудно-частотных и энергетических характеристик возбуждаемых волновых полей.
- 4) Результаты исследования резонансных эффектов, связанных с обратными модами и модами с нулевой групповой скоростью.
- 5) Результаты исследования структуры потоков волновой энергии в рассматриваемой системе источник-среда-волновод.

- 6) Результаты исследования общих закономерностей изменения распределения суммарной мощности источника между возбуждаемыми волнами различного типа при варьировании его положения, размера и частоты.
- 7) Факт отсутствия низкочастотной бегущей моды  $A_0$  в погруженной упругой пластине.

**Достоверность результатов**, полученных при выполнении работы, обеспечивается корректностью постановки рассматриваемых краевых задач, математической строгостью методов их решения, сравнением с результатами, полученными другими авторами в рамках иных моделей, и сопоставлением с экспериментальными данными.

**Апробация работы.** Основные результаты исследований были представлены на следующих российских и международных конференциях:

- Международная конференция 2019 International Congress on Ultrasonics (ICU 2019), г. Брюгге, Бельгия, 2019 г.
- Международная конференция «Days on Diffraction», г. Санкт-Петербург, 2015-2019 гг.;
- Международная конференция «The 13th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics», г. Вена, Австрия, 2017 г.;
- XX Зимняя школа по механике сплошных сред, г. Пермь, 2017 г.;
- XXI и XXV международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, г. Кременки, 2015, 2019 г.;
- XVIII Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», г. Ростов-на-Дону, 2016 г.;
- Всероссийская школа-семинар «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», пос. Дивноморское, 2014, 2015, 2017, 2019 г.;
- XIV и XV объединенная научная конференция студентов и аспирантов факультета компьютерных технологий и прикладной математики «Прикладная математика XXI века», г. Краснодар, 2014 и 2015 г.

Исследования проводились в рамках выполнения проектов РФФИ 14-08-00370, 16-41-230744, 16-41-230769, при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (№ 1.189.2014/К, 9.1022.2017/ПЧ), Российского научного фонда (№ 17-11-01191) и были также поддержаны индивидуальным грантом международного фонда G-RISC (№ M-2016b-6, 2016 г.), стипендиями Президента Российской Федерации (2018-2019 гг.) и администрации Краснодарского края (2017-2019 гг.).

**Публикации.** Основные результаты исследований, выполненных по теме диссертации, содержатся в работах [1] - [14], из них 3 работы опубликованы в журналах, указанных в перечне ВАК Минобрнауки РФ [1-3], из них 1 работа опубликована в журнале индексируемом в базах Web of Science и Scopus [1], еще 6 работ в журналах индексируемых в Scopus [3-8], а остальные в прочих печатных изданиях [10-14]; также получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [15-16].

**Личный вклад автора.** Результаты исследований получены и опубликованы совместно с проф. Е.В. Глушковым и проф. Н.В. Глушковой, ими же была сформулирована постановка рассматриваемых задач, осуществлялось общее руководство выводом интегральных и асимптотических представлений и обсуждались пути и результаты исследований. Лично автором осуществлена реализация методов решения рассмотренных задач, разработка пакетов программ и численные расчеты, а также дан анализ полученных результатов. Совместно с доцентом С.И. Фоменко получены уточненные асимптотики объемных волн в случае сближения особенностей. Под руководством доцента А.А. Еремина были проведены экспериментальные исследования.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Список использованной литературы включает 160 наименований. Общий объем диссертационной работы составляет 110 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** приводится общая характеристика работы, отмечены отечественные и зарубежные ученые, внесшие значительный вклад в развитие теории и подходов к решению задач структурной акустики и распространению упругих волн в различных структурах, указывается актуальность проводимых исследований, обсуждаются существующие подходы к решению задач, рассматриваемых в работе, и оставшиеся нерешенные проблемы в исследуемой области, формулируются цели и задачи исследований, а также дается краткое описание содержания работы.

В **первой главе** в рамках линейной теории упругости формулируются динамические краевые задачи для тел, погруженных в акустическую среду. В общей трехмерной постановке выводится функция Грина для многослойного анизотропного упругого слоя, погруженного в акустическую среду. Приводится описание математических моделей источников, рассматриваемых в работе.



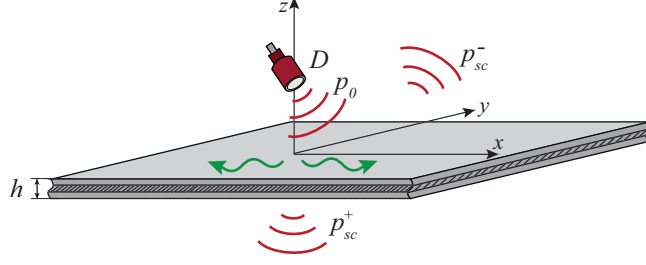


Рис. 1: Зондирование бесконтактным преобразователем.

Рассматриваются установившиеся гармонические колебания многослойного упругого волновода толщины  $h$ , погруженного в акустическую среду. Источник, расположенный на расстоянии  $d$  от поверхности пластины, моделируется распределением некоторой силы  $F$  в ограниченной области  $D$ .

Вектор комплексной амплитуды перемещений погруженной пластины  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) = (u_1, u_2, u_3)$  удовлетворяет системе уравнений Навье-Ламе

$$\mathcal{L}\mathbf{u} + \rho\omega^2\mathbf{u} + \mathbf{F} = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность упругого слоя,  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота,  $f$  – частота. В общем анизотропном случае дифференциальный оператор Ламе имеет вид:

$$\mathcal{L}\mathbf{u} \equiv \frac{1}{2}(C_{ijmn}(u_{m,nj} + u_{m,nj}))_{i=1}^3, \quad i, j, m, n = 1, 2, 3,$$

где  $C_{ijmn}$  – упругие модули. В изотропном случае, когда упругие свойства тела одинаковы во всех направлениях, оператор Ламе принимает вид:

$$\mathcal{L}\mathbf{u} \equiv (\lambda + 2\mu)\nabla\text{div}\mathbf{u} + \mu\Delta\mathbf{u},$$

где  $\lambda, \mu$  – константы Ламе (упругие модули).

Акустическое давление  $p(\mathbf{x})$  в верхнем и нижнем полупространствах  $z \geq 0$  и  $z \leq -h$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta p + \kappa_0^2 p = q_0(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где  $\kappa_0 = \omega/c_0$  – волновое число,  $c_0$  – скорость звука в акустической среде, а функция  $q_0$  описывает заданное распределение силы  $F$  на ограниченной поверхности  $D$  излучающего элемента источника.

Поле давлений в акустическом пространстве представлено в виде:

$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} p_0(\mathbf{x}) + p_{sc}^-(\mathbf{x}), & z \geq 0, \\ p_{sc}^+(\mathbf{x}), & z \leq -h, \end{cases} \quad (3)$$

где  $p_0$  – поле источника в безграничной среде (частное решение уравнения (2), удовлетворяющее условиям излучения на бесконечности), а  $p_{sc}^-$  и  $p_{sc}^+$  – поле отражённых от пластины и прошедших сквозь неё объёмных волн; индексы минус и плюс используются для функций, определённых в верхнем и нижнем акустических полупространствах  $z \geq 0$  и  $z \leq -h$  соответственно.

Волновые поля в пластине и жидкости связаны условиями непрерывности нормальных смещений и напряжений на границах пластины:

$$u_z = \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \sigma_z = -p \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = -h. \quad (4)$$

На границах пластины предполагается отсутствие касательных напряжений:  $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$  при  $z = 0$  и  $z = -h$ . В случае контакта пластины с акустической жидкостью только с одной стороны ( $z = 0$ ) ее верхняя поверхность считается свободной от напряжений, т.е.  $p_{sc}^+ = 0$ .

В случае  $M$ -слоистого волновода толщины  $h$  между слоями предполагается непрерывность перемещений и напряжений, т.е. слои между собой жестко сцеплены. Замыкают постановку задачи условия излучения на бесконечности, вытекающие из принципа предельного поглощения.

Скалярное поле давлений  $p(\mathbf{x})$  и векторное поле смещений  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ , генерируемые источником, заданным в области  $D$ , представляется в виде интегралов по этой области от произведения функции Грина для поля давлений  $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$  и вектор-функции Грина для поля смещений  $\mathbf{g}_u(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$  на функцию распределения заданной нагрузки  $q_0$ :

$$p(\mathbf{x}) = \int_D g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) q_0(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}, \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \int_D \mathbf{g}_u(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) q_0(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}. \quad (5)$$

Функции  $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$  и  $\mathbf{g}_u(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$  определяются как решение связной краевой задачи с дельта-функцией в правой части уравнения Гельмгольца (2) вместо  $q_0$ . В уравнениях и граничных условиях они стоят на месте  $p$  и  $\mathbf{u}$  соответственно. Вектор-функция  $\mathbf{g}_u$ , определённая как решение в слое  $-h \leq z \leq 0$ , доопределяется во внешней акустической среде соотношением

$$\mathbf{g}_u = \nabla g / (\rho_0 \omega^2) \quad \text{при } z \geq 0 \text{ и } z \leq -h. \quad (6)$$

Функция Грина давления  $g$  для источника, расположенного в точке  $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$  верхнего полупространства ( $\zeta = d > 0$ ), также представляется как сумма падающего поля  $g_0(\mathbf{x})$  и отраженного  $g_{sc}^-(\mathbf{x})$ :  $g = g_0 + g_{sc}^-$ .

Сферические объёмные волны, излучаемые точечным источником, опи-

сываются классическим частным решением уравнения Гельмгольца

$$g_0 = -\frac{1}{4\pi R} e^{i\kappa_0 R}, \quad R = |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|. \quad (7)$$

Применение преобразования Фурье  $\mathcal{F}_{xy}$  по горизонтальным координатам  $x$  и  $y$  с параметрами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  к уравнениям и граничным условиям позволяет получить интегральные представления функций Грина через их Фурье-символы  $G = \mathcal{F}_{xy}[g]$  и  $\mathbf{G}_u = \mathcal{F}_{xy}[\mathbf{g}_u]$ :

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \mathcal{F}_{xy}^{-1}[G] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} G(\alpha_1, \alpha_2, z; \boldsymbol{\xi}) e^{-i(\alpha_2 x + \alpha_1 y)} d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (8)$$

и аналогично для  $\mathbf{g}_u$ . В соответствии с техникой интегрального подхода (Воронич И.И., Бабешко В.А. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М.: Наука, 1979) контуры интегрирования  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  идут вдоль вещественных осей комплексных плоскостей  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , обходя вещественные полюса  $\zeta_n$  подынтегральной функции в соответствии с принципом предельного поглощения.

Для получения Фурье-символов  $G$  и  $\mathbf{G}_u$  требуются эффективные алгоритмы вычисления элементов матрицы Грина К. Для этой цели в работе используются хорошо зарекомендовавшие себя численно-устойчивые методы быстрого вычисления матрицы К в случае многослойных (Бабешко В.А., Глушков Е.В., Глушкова Н.В., ЖВМиМФ, 1987; Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф., 1989; ), функционально-градиентных (Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Фоменко С.И., Акуст. журн., 2012) и произвольно-анизотропных (Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Кривонос А.С., ПММ 2010; Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Еремин А.А., JASA, 2011) сред.

В параграфе 1.2.1 выводятся формулы для горизонтального и наклонного источника. Волновое поле, возбуждаемое такими источниками в верхнем полупространстве  $z \geq 0$ , упругом слое  $-h \leq z \leq 0$  и нижнем полупространстве  $z \leq -h$ , выражается через Фурье-символы решения.

Во **второй главе** приводятся интегральные представления волновых полей, а также сопоставления с численными результатами других авторов.

Интегральное представление искомого решения для краевой задачи с распределенным источником имеет следующий вид. Для отраженного волнового поля:

$$p_{sc}^-(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \tilde{G}_{sc}^-(\boldsymbol{\alpha}, z; d) Q_0(\boldsymbol{\alpha}) e^{-i(\alpha_1 x + \alpha_2 y)} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad z \geq 0, \quad (9)$$

для поля внутри пластины:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \mathbf{G}_u(\boldsymbol{\alpha}, z; d) Q_0(\boldsymbol{\alpha}) e^{-i(\alpha_1 x + \alpha_2 y)} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad -h \leq z \leq 0, \quad (10)$$

и для поля прошедших волн:

$$p_{sc}^+(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \tilde{G}_{sc}^+(\boldsymbol{\alpha}, z; d) Q_0(\boldsymbol{\alpha}) e^{-i(\alpha_1 x + \alpha_2 y)} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad z \leq -h, \quad (11)$$

где  $\tilde{G}_{sc}^\pm$  – Фурье-символы составляющих функцию Грина  $g_{sc}^\pm$  для прошедших и отраженных волн (аналогично расщеплению (3)).

В случае осесимметричной нагрузки и изотропного материала интегральные представления (9)-(11) принимают более простой вид, т.к. компоненты вектор-функции  $\mathbf{G}_u = \mathbf{K}_3 Q$ , где  $\mathbf{K}_3 = (-i\alpha_1 S, -i\alpha_2 S, R)^T$ , выражаются через две функции  $S(\boldsymbol{\alpha}, z)$  и  $R(\boldsymbol{\alpha}, z)$ , конкретный вид которых зависит от строения пластины (однородная, многослойная):

$$\begin{aligned} p_{sc}^-(r, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \tilde{G}_{sc}^-(\alpha, z; d) Q_0(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \quad z \geq 0, \\ u_r(r, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} S(\alpha, z) \tilde{Q}(\alpha, d) Q_0(\alpha) J_1(\alpha r) \alpha^2 d\alpha, \quad -h \leq z \leq 0, \\ u_z(r, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} R(\alpha, z) \tilde{Q}(\alpha, d) Q_0(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \quad -h \leq z \leq 0, \\ p_{sc}^+(r, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \tilde{G}_{sc}^+(\alpha, z; d) Q_0(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \quad z \leq -h, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $Q_0$  – Фурье-символ, заданного распределения  $q_0$ , моделирующего действие излучающей пластины, а функция  $\tilde{Q}$  определяется из условия на границе раздела сред при  $z = 0$  ( $Q = \tilde{Q} e^{i(\alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta)}$ );  $J_0$  и  $J_1$  – функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно. Контур  $\Gamma$  отклоняется вниз от вещественной полуоси при обходе вещественных полюсов в соответствии с принципом предельного поглощения.

Для верификации разработанной модели проведено сравнение с результатами работы *M. Aanes, K.D. Lohne, P. Lunde, M. Vestheim* (JASA, 2016), в которой численно (метод конечных элементов) и экспериментально исследуется взаимодействие волнового поля, излучаемого бесконтактным преобразователем, с погруженной в воду стальной пластиной. Результаты, полученные на основе представлений (12), в которых источник моделируется распределенной нагрузкой  $q_0$ , показали такое же хорошее совпадение с экспериментальными данными, как и МКЭ моделирование (рис. 2), что подтверждает

их практическую применимость. Сопоставления проводились как для волновых полей, так и для коэффициента прохождения  $\kappa_T = 20 \lg |H_{pp}(0, 0, z_2, f)|$ , где  $H_{pp} = p(\mathbf{x}_2)/p(\mathbf{x}_1)$  для точек  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$ , взятых на верхней границе пластины ( $z_1 = 0$ ) и в воде под пластиной ( $z_2 < -h$ ). Резонансное прохождение наблюдается здесь на частотах появления новых вытекающих волн Лэмба (на частотах отсечки)  $f = 457$  и  $f = 956$  кГц.

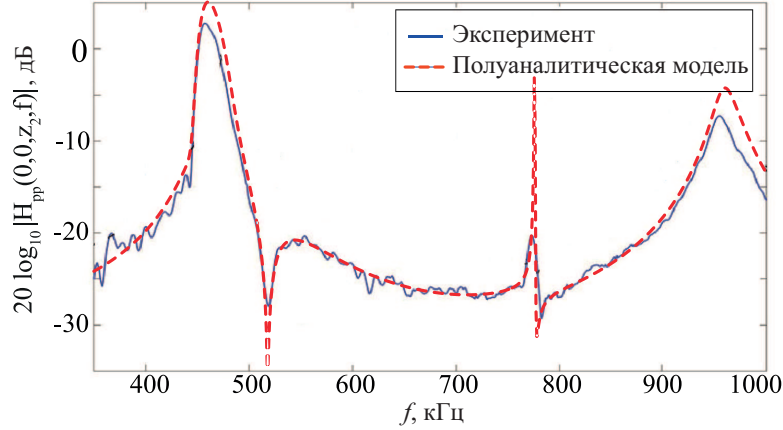


Рис. 2: Сопоставление численных результатов, полученных на основе построенной полуаналитической модели (пунктирная линия), с экспериментальными результатами работы *M. Aanes, K.D. Lohne, P. Lunde, M. Vestrheim* (JASA, 2016) (сплошная линия).

В **третьей главе** исследуются дисперсионные свойства погруженного волновода. На основе ранее полученных интегральных представлений для волновых полей выводятся асимптотические формулы в дальней от источника зоне. Асимптотика бегущих волн строится в соответствии с леммой Жордана и теорией вычетов. Оценка методом стационарной фазы дает асимптотическое представление в дальней зоне для отраженного и прошедшего акустических полей в виде сферических волн. Также строятся асимптотические представления, учитывающие сближение особенностей. Приводятся сопоставления с численными результатами других авторов для упругой пластины, нагруженной жидкостью.

В *параграфе 3.1.1* особое внимание уделяется исследованию трансформации классических волн Лэмба в вытекающие волны при нагружении пластины жидкостью. Распространение бегущих волн сопровождается переизлучением волновой энергии в окружающую среду, поэтому антисимметричные и симметричные волны Лэмба  $A_n$  и  $S_n$  трансформируются в вытекающие бегущие волны, которые уже не переносят энергию на бесконечность из-за её оттока в акустическую среду возбуждаемыми в процессе их распространения объёмными волнами. Математически на трансформацию волн Лэмба в

вытекающие бегущие волны указывает появление у волновых чисел  $\zeta_n$  ненулевой мнимой части. Типичный вид дисперсионных кривых для свободного и погруженного волновода показан на рис. 3а и 3б. Здесь и ниже на рисунках 6, 9-11 результаты приводятся в безразмерном виде, получающемся при отнесении линейных размеров к толщине пластины  $h$ , скоростей — к скорости поперечных волн в упругой пластине  $c_s$  и плотностей — к плотности пластины  $\rho$ ; безразмерная круговая частота  $\omega = 2\pi fh/c_s$ , где  $f$  — размерная частота. Безразмерные параметры стальной пластины:  $c_p = 1.85$ ,  $c_s = 1$ ,  $\rho = 1$  и  $h = 1$ ; акустической жидкости (вода):  $c_0 = 0.47$  и  $\rho_0 = 0.125$ .

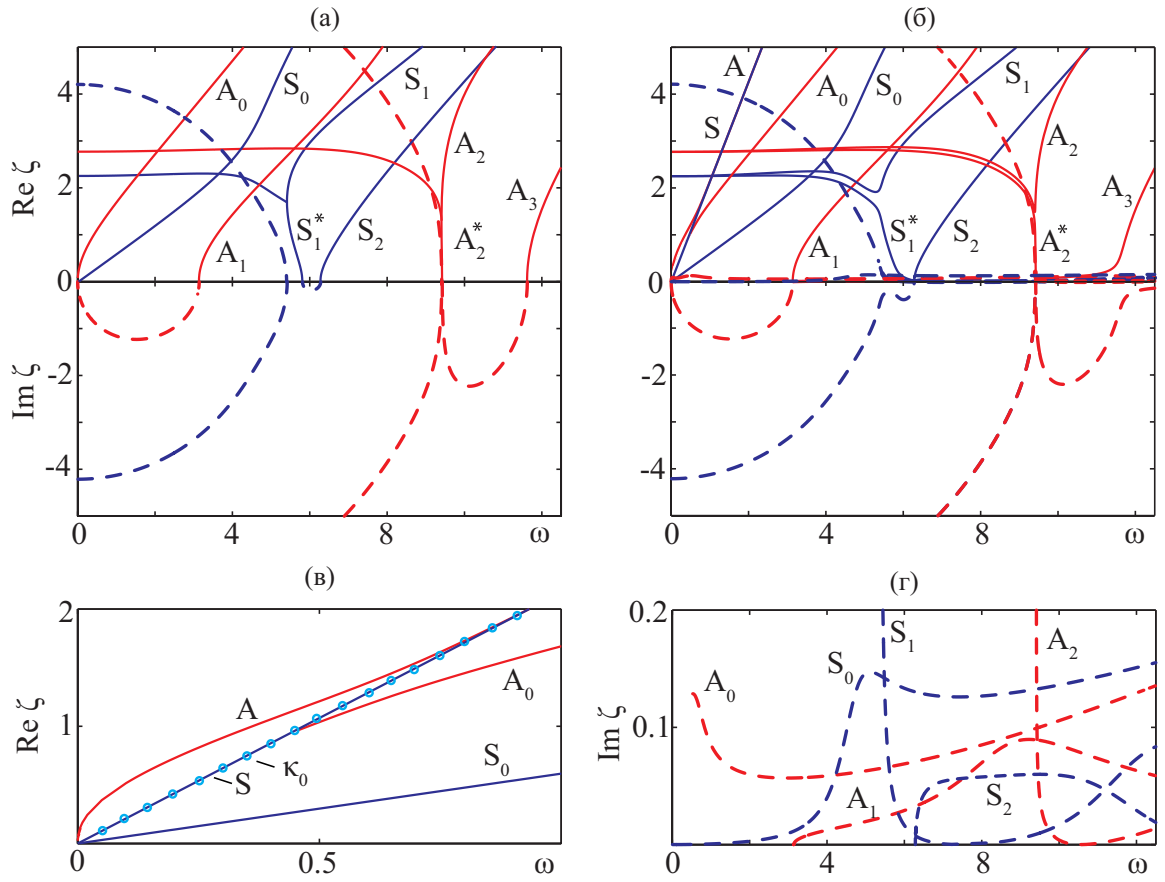


Рис. 3: Вещественные ( $\text{Re } \zeta_n$  — сплошные линии) и мнимые ( $\text{Im } \zeta_n$  — пунктирные линии) части комплексных волновых чисел  $\zeta_n$  для свободной стальной пластины (а) и для такой же пластины, погружённой в воду (б); увеличенные фрагменты для чисто вещественных дисперсионных кривых волн Шолте-Стоунли  $A$  и  $S$  (в) и для мнимых частей  $\text{Im } \zeta_n$  вытекающих волн Лэмба (г).

Кроме вытекающих волн в случае погруженного слоя появляются две новые незатухающие бегущие волны Шолте-Стоунли (*Osborne M.F.M., Hart S.D., JASA, 1945*). На рис. 3в укрупнёно показаны чисто вещественные кривые для антисимметричной волны Шолте-Стоунли  $A$  и симметричной  $S$  в низкочастотном диапазоне. На более высоких частотах эти волны распро-

страняются с почти такой же фазовой скоростью  $c_0$ , что и объёмные акустические волны в жидкости.

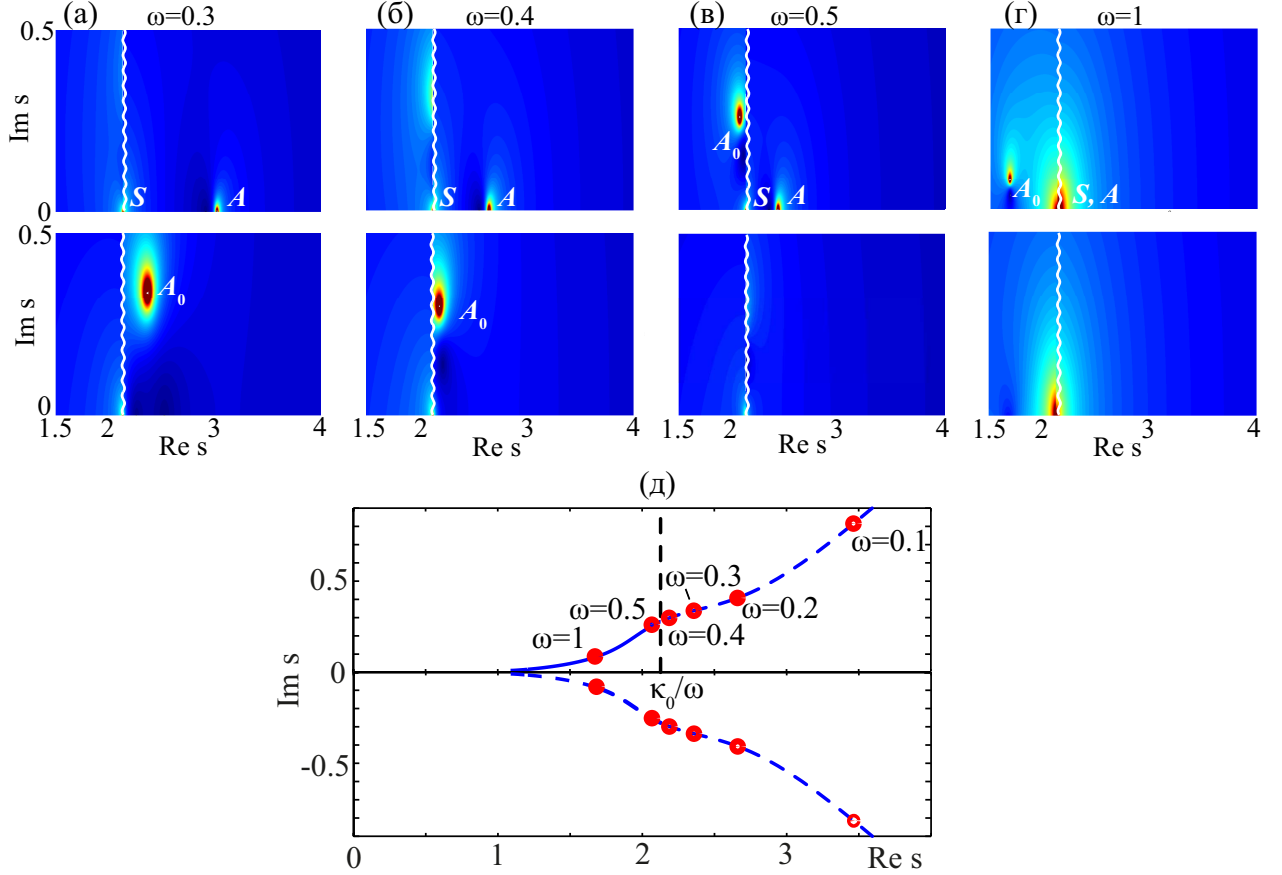


Рис. 4: Положение полюса  $\zeta_n/\omega$  моды  $A_0$  на физическом (вверху) или нефизическом (внизу) римановом листе комплексной плоскости медленности  $s = \zeta/\omega$  при различных значениях безразмерной частоты  $\omega$  (а-г) и обобщающий график траектории движения комплексно-сопряженной пары полюсов  $\zeta_n/\omega$  и  $\zeta_n^*/\omega$  моды  $A_0$  при изменении частоты  $\omega$  (д), сплошная линия – движение полюса на физическом листе, пунктирная линия – на нефизическом).

Для свободного слоя дисперсионная кривая моды  $A_0$  выходит из начала координат вертикально вверх (рис. 3а), поэтому в случае погруженного волновода должен существовать некоторый низкочастотный диапазон  $0 < \omega < \omega_0$ , в котором  $\text{Re } \zeta_n > \kappa_0$ , т.е. ее фазовая скорость меньше  $c_0$ . С физической точки зрения такая волна должна распространяться без переизлучения энергии в окружающую среду (волновое число остается вещественным). Однако, численный анализ показывает, что соответствующий корень  $\zeta_n$ , как и парный ему комплексно-сопряженный корень  $\zeta_n^*$ , на низких частотах оказывается на нефизическом листе римановой поверхности, который отделяется от физического листа разрезом  $\text{Re } \alpha = \kappa_0, \text{Im } \alpha > 0$ , идущим в комплексной плоскости медленности  $s = \zeta/\omega$  из точки ветвления  $\kappa_0/\omega = 1/c_0$  вертикально вверх (рис. 4). Соответственно, дисперсионная кривая моды  $A_0$  начинается на

рис. Зв с частоты  $\omega_0 = 0.44$ , на которой этот корень выходит на физический лист. На рисунке 4а-4г показано положение полюса  $A_0$  в плоскости  $s = \alpha/\omega$  на нескольких характерных частотах (верхний ряд – физический лист, нижний – нефизический). На рисунке 4д хорошо видно как с ростом частоты полюс моды  $A_0$  переходит с нефизического листа на физический, пересекая разрез  $\kappa_0/\omega$  при  $\omega = 0.44$ , в то время как парный ему полюс,двигающийся в нижней полуплоскости комплексной плоскости волновых чисел, остается на нефизическом листе.

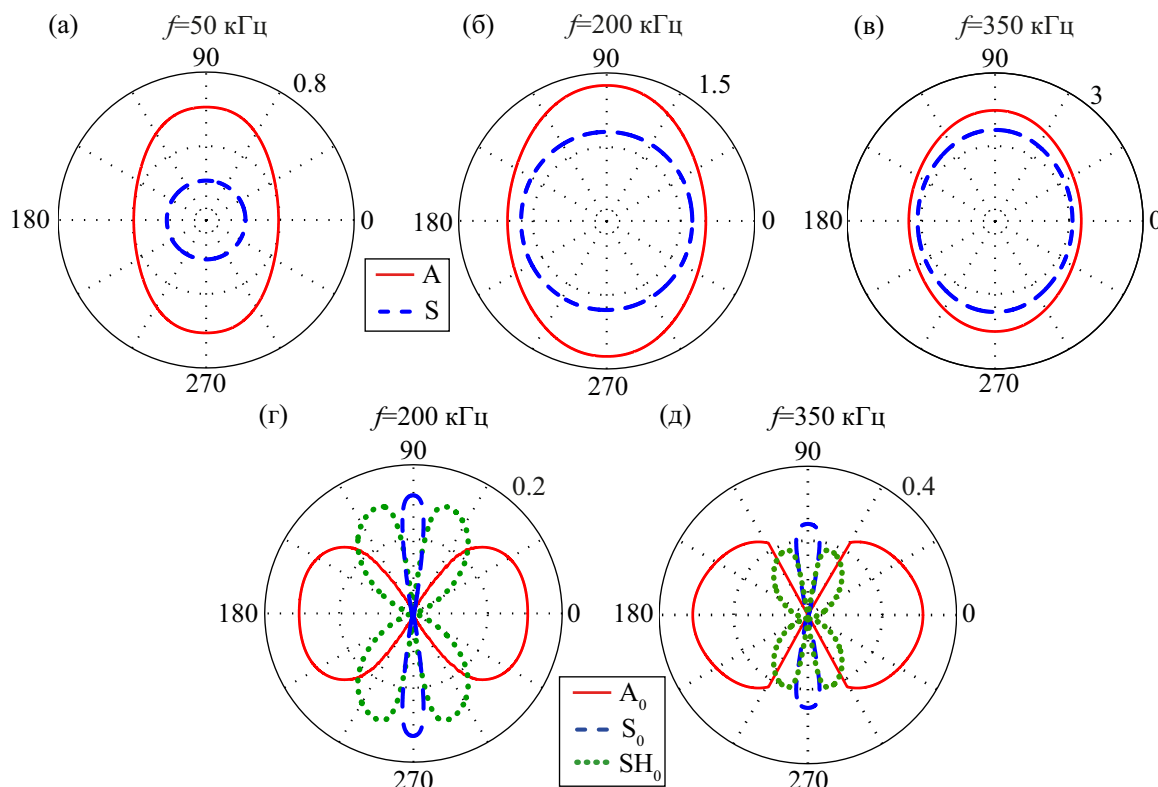


Рис. 5: Примеры угловых диаграмм волновых чисел  $\zeta_n(\gamma)$  погруженных анизотропных пластин: (а-в) вещественные полюса волн Шолте-Стоунли; (г-д) мнимые части  $\text{Im}\zeta_n(\gamma)$  полюсов вытекающих фундаментальных мод.

В этом же параграфе представлены примеры угловых диаграмм для анизотропной пластины, погруженной в жидкость (рис. 5); проводится анализ влияния анизотропии на дисперсионные свойства бегущих волн.

В параграфе 3.1.2 приводятся полученные экспериментально и теоретически рассчитанные дисперсионные кривые фундаментальных симметричных и антисимметричных ( $S_0$  и  $A_0$ ) мод Лэмба для алюминиевой и анизотропной пластины.

В параграфе 3.1.3 выводятся асимптотические представления для бегущих и вытекающих волн в случае как изотропного, так и для анизотропного материала пластины.



В параграфе 3.2 приводятся асимптотические представления для поля отраженных и прошедших объемных волн, полученные из интегральных представлений методом стационарной фазы:

$$p_{sc}^{\pm}(\mathbf{x}) = a^{\pm}(\varphi, \psi) \frac{e^{i\kappa_0 R^{\pm}}}{R^{\pm}} [1 + O(\frac{1}{\kappa_0 R^{\pm}})], \quad \kappa_0 R^{\pm} \rightarrow \infty,$$

$$a^{\pm} = \frac{i|\cos \psi|}{2\pi} \tilde{G}_{sc}^{\pm}(\boldsymbol{\alpha}_0) Q_0(\boldsymbol{\alpha}) \kappa_0, \quad \boldsymbol{\alpha}_0 = (\alpha_{1,0}, \alpha_{2,0}), \quad (13)$$

$$\alpha_{1,0} = -\kappa_0 \cos \varphi \sin \psi, \quad \alpha_{2,0} = -\kappa_0 \sin \varphi \sin \psi.$$

Здесь используется две системы сферических координат  $(R^{\pm}, \varphi, \psi)$  с радиусами  $R^{\pm} = |\mathbf{x} \pm \mathbf{x}_0|$  и центрами в точке расположения источника  $\mathbf{x}_0 = (0, 0, d)$  для прошедшего поля  $p_{sc}^+$  и в зеркальной точке  $-\mathbf{x}_0 = (0, 0, -d)$  для отраженного поля давлений  $p_{sc}^-$ :  $x = R^{\pm} \cos \varphi \sin \psi$ ,  $y = R^{\pm} \sin \varphi \sin \psi$ ,  $z = R^{\pm} \cos \psi \pm d$ ,  $0 \leq \psi < \pi/2$  для  $p_{sc}^-$  и  $\pi/2 < \psi \leq \pi$  для  $p_{sc}^+$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

Приводится сравнение с численными результатами работы *C. Shen, F.X. Xin, T.J. Lu*, (JASA, 2014), в которой был рассмотрен случай пластины нагруженной жидкостью только с одной стороны. Частотные спектры отраженных сигналов, построенные, используя асимптотику (13), полностью совпадают с приведенными в данной работе результатами для упругого слоя и пластины Кирхгофа.

В параграфе 3.3 получена асимптотика объемных волн с учетом сближения особенностей. Используя разработанный ранее подход (*С.И. Фоменко, 2007; E. Glushkov, N. Glushkova, S. Fomenko, JASA, 2015*), в данном параграфе получена асимптотика объемных волн с учетом сближения особенностей.

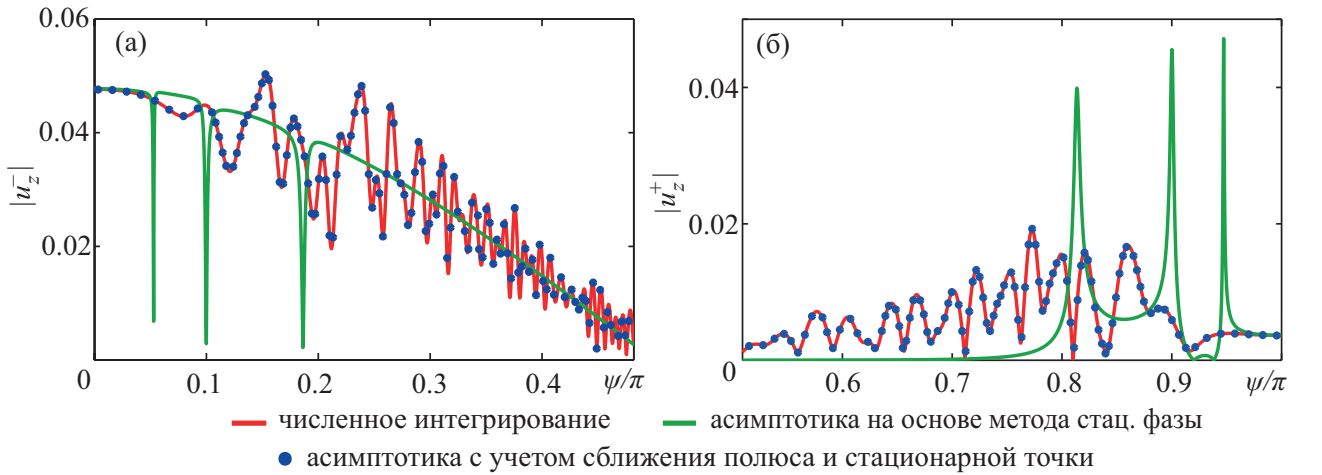


Рис. 6: Вертикальные перемещения  $|u_z^{\pm}(\psi)|$  в дальней от источника зоне при  $\omega = 4$ .

В качестве примера, демонстрирующего необходимость модификации

асимптотики (13) в случае сближения особенностей, на рисунке 6 представлены угловые диаграммы (зависимости от азимутального угла  $\psi$ ) амплитуды вертикальной компоненты смещения  $|u_z^\pm|$  в дальней зоне акустического поля отраженных и прошедших волн, полученные с помощью численного интегрирования явных интегральных представлений (12) (сплошная красная линия), методом стационарной фазы без учета сближения особенностей (зеленая линия) и с учетом сближения (круговые маркеры):  $\omega = 4$ , расстояние  $R^\pm = 50\lambda_0$  ( $\lambda_0 = 2\pi c_0/\omega$  – длина волны в акустической жидкости), стальная пластина, погруженная в воду, точечный источник на расстоянии  $d = 2$  (плоская постановка задачи  $\mathbf{x} = (x, z)$ ).

В **четвертой главе** анализируются энергетические характеристики волновых полей на основе построенного в предыдущих главах их представления через функцию Грина. Проводится сравнение полученных результатов с результатами других авторов. Анализируется зависимость осредненного за период колебаний количества энергии, переносимой каждой из возбуждаемых волн различного типа (акустические объёмные волны, вытекающие волны Лэмба и волны Шолте-Стоунли), от относительных размеров источника, расстояния до пластины и частоты, а также структура энергетических потоков и пространственное распределение волновой энергии.

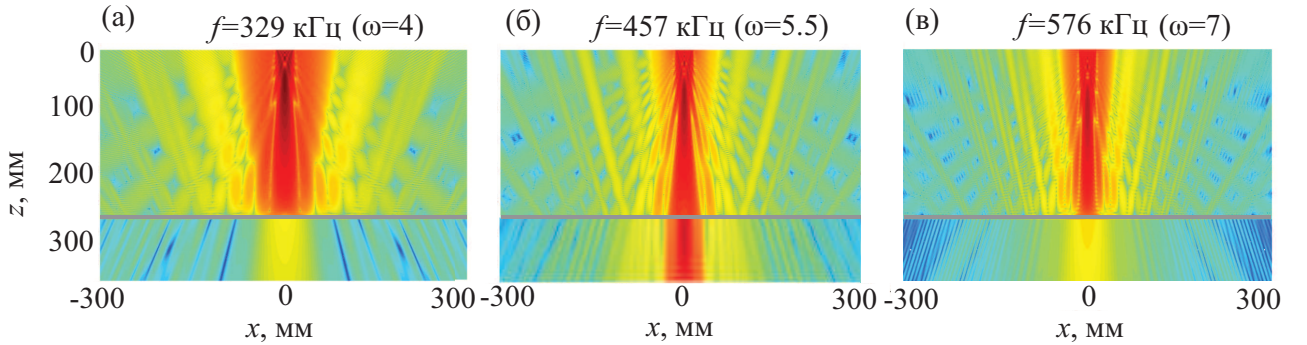


Рис. 7: Пространственное распределение амплитуды давлений  $p(\mathbf{x})$  в акустическом поле, генерируемом круговым излучающим элементом бесконтактного преобразователя, расположенным на расстоянии 270 мм от стальной пластины, погруженной в жидкость.

В *параграфе 4.1* приводятся сопоставления с численными результатами работы *M. Aanes, K.D. Lohne, P. Lunde, M. Vestrheim* (JASA, 2016). На рис. 7 приведены амплитуды звукового давления над и под стальной пластиной в жидкости, рассчитанные в рамках развитой модели. Частоты  $f = 329, 457$  и  $576$  (кГц), взятых до, внутри и после диапазона обратной волны; на рис. 3 соответствующие безразмерные частоты  $\omega = 4, 5.5$  и  $7$ . Рисунок 7 иллюстрирует повышенное прохождение акустической энергии на частоте  $\omega = 5.5$ , т.е.

в окрестности появления моды с нулевой групповой скоростью. Акустические лучи, проникающие через пластину на нерезонансных частотах 329 кГц и 576 кГц ( $\omega = 4$  и  $7$ ), выглядят намного слабее, чем в диапазоне обратной волны.

Для лучшего понимания механизма резонансного прохождения через пластину на рис. 8 приводятся линии тока энергии на нерезонансной и резонансной частотах, нижние увеличенные вставки (в) и (г) показывают линии тока энергии внутри пластины. Их структура показывает, что увеличение переноса энергии через пластину на резонансной частоте связано с образованием энергетических вихрей, блокирующих отток энергии вдоль пластины (рис. 8г).

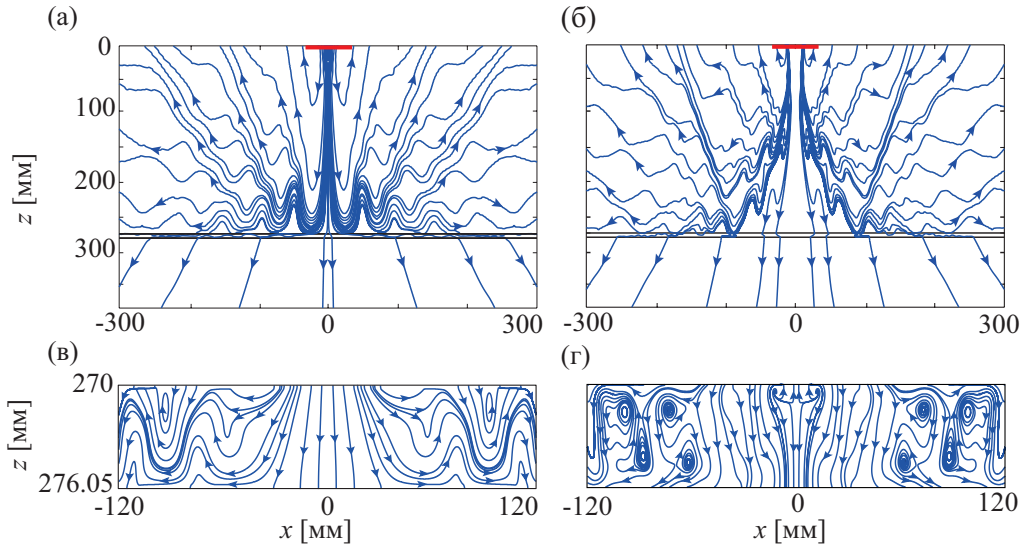


Рис. 8: Линии тока энергии: (а,в) на нерезонансной частоте  $f = 329$  кГц ( $\omega = 4$ ) и (б,г) – на резонансной  $f = 457$  ( $\omega = 5.5$ ).

В параграфе 4.2 проводится параметрический анализ энергетических характеристик возбуждаемых волновых полей.

Осреднённый за период колебаний поток энергии  $E$ , переносимой в поле гармонических колебаний через некоторую поверхность  $S$ , определяется интегралом:

$$E = \int_S e_n dS_n, \quad e_n = (\mathbf{e}, \mathbf{n}) = \frac{\omega}{2} \text{Im}(\boldsymbol{\tau}_n, \mathbf{u}). \quad (14)$$

Здесь  $e_n$  – нормальная компонента вектора плотности энергии  $\mathbf{e}$  (вектор Умова-Пойтинга),  $\boldsymbol{\tau}_n$  – вектор напряжений на площадке с нормалью  $\mathbf{n}$  (в жидкости  $\boldsymbol{\tau}_n = -p\mathbf{n}$ ).

Энергия  $E_0$ , поступающая от источника в среду (т.е. осредненная мощность источника), в общем случае вычисляется интегрированием плотности

потока  $e_n$  по окружающей источник замкнутой поверхности  $S$ ; причем, в силу закона сохранения энергии результат не зависит от ее размера и формы. В качестве поверхности  $S$  рассматривались замкнутые сферические и цилиндрические поверхности различных радиусов  $R$ . Численные сопоставления частотной зависимости мощности источника  $E_0$  и количества энергии  $E_s$ , уходящей от источника на бесконечность через рассматриваемые поверхности, показали, что баланс энергии сохраняется при любых  $R$ .

В случае замкнутого цилиндра суммарное количество энергии  $E_c$ , уходящей на бесконечность, складывается из энергии объемных волн  $E_V^+$ ,  $E_V^-$ , переносимой через нижнюю и верхнюю горизонтальные поверхности цилиндра, и энергии  $E_R$ , переносимой бегущими волнами через его боковую поверхность:

$$E_c = E_V^+ + E_V^- + E_R = E_0. \quad (15)$$

В качестве примера распределения энергии кругового источника  $E_0$  ( $a = 3.75$ ,  $d = 4$ ) между потоками  $E_V^-$ ,  $E_V^+$  и  $E_R$  на рис. 9а и его укрупненных фрагментах 9б и 9г приведены частотные зависимости этих величин и суммарного потока  $E_c$  (15), нормированные на мощность  $E_\infty$  такого же источника, но в безграничной акустической среде без пластины. Для количественной оценки изменения энергии источника с частотой на рис. 9в приведен график  $E_\infty(\omega)/\hat{E}_0$ , где  $\hat{E}_0 = F/(8\pi\rho_0c_0)$  – мощность эквивалентного по силе точечного источника  $q_0 = F\delta(\mathbf{x})$  в безграничной среде.

Данный и другие численные примеры показывают, что баланс энергии (15) сохраняется для любых горизонтальных плоскостей  $z = z_1 < -h$ ,  $z = z_2 > d$  и боковой поверхности цилиндра достаточно большого радиуса  $\kappa_0 r_c \gg 1$  (круговые маркеры для  $E_c$  лежат на сплошной линии для  $E_0$ ). Доля энергии прошедших через пластину и бегущих волн  $E_V^+$  и  $E_R$  значительна только на низких частотах (рис. 9б), а для  $E_V^-$  – и при резонансном прохождении в окрестности частот отсечки и в диапазонах обратных волн, например, при  $\omega \approx 5.7$  на рис. 9а. Для остальных частот с ростом  $\omega$  основная часть энергии отражается от поверхности пластины и уходит на бесконечность через верхнюю плоскость  $z = z_2$  вместе с полем  $p_{sc}^-$  ( $E_V^-$  практически совпадает с  $E_0$ ). Деформация пластины при этом фактически не влияет на мощность источника, на этих частотах она работает как жесткая преграда.

График  $E_0/E_\infty$  (рис. 9а) быстро выходит на режим колебаний вокруг единицы с минимумами и максимумами близкими к нулю и двум. Периодичность их чередования слегка нарушается только при переходе через диапа-

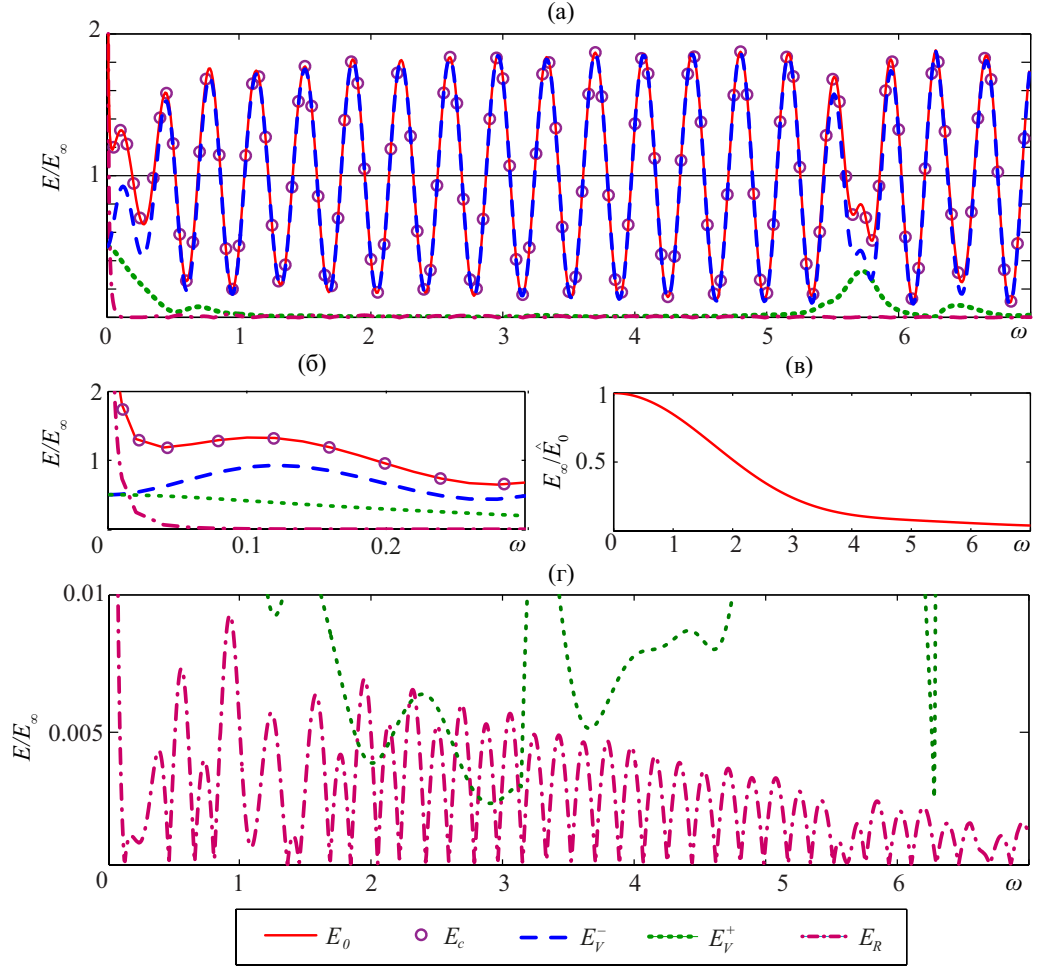


Рис. 9: Распределение энергии кругового преобразователя ( $a = 3.75$ ,  $d = 4$ ) между возбуждаемыми волнами (а), (б), (г): частотные зависимости для энергии источника  $E_0$  (сплошная линия), суммарного потока через полную поверхность цилиндра  $E_c$  (круговые маркеры) и потоков энергии через его верхнюю  $E_V^-$  (штриховая линия), нижнюю  $E_V^+$  (пунктирная линия) и боковую  $E_R$  (штрих-пунктир) поверхности по отдельности (все величины отнесены к энергии  $E_\infty$  такого же источника, но в безграничной среде (в),  $\hat{E}_0$  – не зависящая от частоты энергия эквивалентного точечного источника); (б) и (г) укрупненные фрагменты, показывающие распределение энергии в низкочастотном диапазоне и долю энергии проходящих и бегущих волн  $E_V^+$  и  $E_R$ .

зон появления обратной волны (мода  $S_1^*$  на рис. 3а). Здесь же наблюдается и резонансное прохождение звука сквозь пластину (рост значений энергии прошедших волн  $E_V^+$ ). Это тот же резонансный пик, что и на частоте  $f = 457$  кГц на рис. 2 (безразмерная частота  $\omega = 5.5$ ). Следующий максимум на частоте  $f = 774$  кГц ( $\omega = 9.4$ ) вызван появлением обратной волны  $A_2^*$ .

В этом же параграфе также представлено распределение энергии бегущих волн между двумя модами Шолте-Стоунли, графики  $E_A$  и  $E_S$ . При расположении источника вблизи пластины большую часть энергии переносит антисимметричная волна  $A$ , а с увеличением расстояния энергия волн  $A$  и  $S$  становится сопоставимой. Такая картина наблюдается как в случае точечного

источника, так и размерного источника.

Общие закономерности изменения суммарной мощности  $E_0$  при варьировании положения и размера источника проиллюстрированы линиями уровня функций  $E_0(\omega, d)/E_\infty$  и  $E_0(\omega, a)/E_\infty$  (относительное по сравнению с безграничной средой изменение отдаваемой мощности источника  $E_0$  как функция частоты и расстояния при фиксированном, и как функция частоты и размера при фиксированном). Чередование максимумов и минимумов  $E_0$  определяется четным или нечетным числом акустических полуволн длины  $\lambda = 2\pi c_0/\omega$ , укладывающихся в расстояние  $d$ . Полосы максимумов идут в плоскости  $(\omega, d)$  вдоль гипербол с небольшим сдвигом при переходе через диапазон обратных волн и частоты отсечки моды  $S_2$  (после  $\omega = 5.5$ ).

На укрупненном графике для энергии бегущих волн  $E_R(\omega)/E_\infty$  (рис. 9г) наблюдается чередование максимумов и минимумов, как и у  $E_0$ , т.е. для бегущих волн, возбуждаемых в пластине акустическим пучком, существуют периодически повторяющиеся частоты их лучшего возбуждения, однако, они не совпадают с частотными максимумами энергии  $E_0$ , отдаваемой источником. Это означает, что работа источника на максимуме мощности совсем не обязательно приводит к возбуждению бегущих волн максимальной амплитуды. Рис. 10 иллюстрирует зависимость  $E_R/E_\infty$  от частоты и от параметров  $d$  и  $a$ .

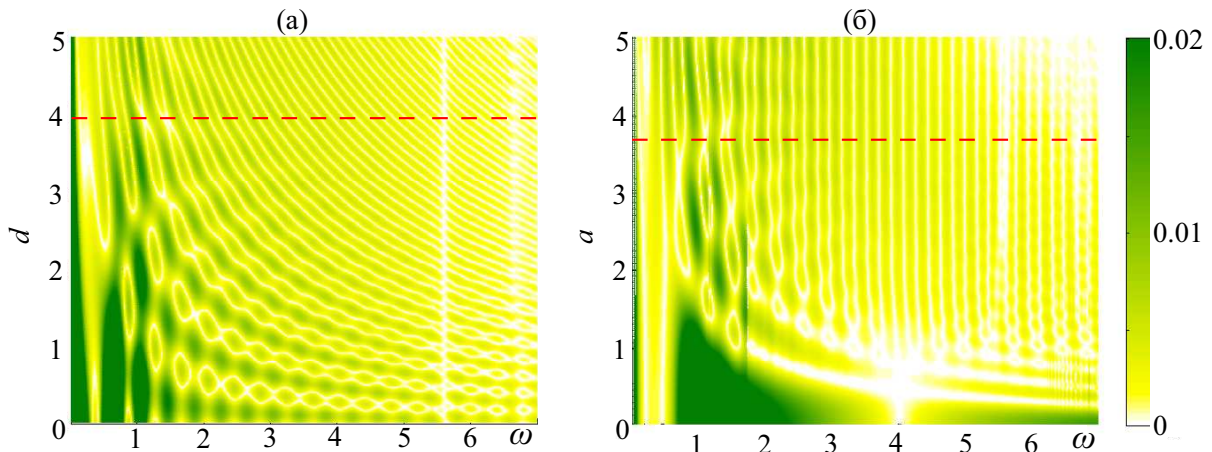


Рис. 10: Относительная энергия бегущих волн  $E_R/E_\infty$  в зависимости от частоты  $\omega$  и расстояния  $d$  при  $a = 3.75$  (а) и частоты  $\omega$  и радиуса  $a$  при  $d = 4$  (б); график  $E_R/E_\infty$  на рис. 9г – сечение данных поверхностей вдоль показанных пунктиром горизонтальных прямых.

В параграфе 4.4 подробно рассмотрены обратные волны и резонансные эффекты. На сегодняшний день явления, связанные с обратными модами и модами с нулевой групповой скоростью (ZVG мода) в слоистых упругих волноводах, хорошо изучены и нашли практическое применение. Однако, в

погруженных волноводах незатухающие бегущие волны превращаются в вытекающие, левая граница диапазона обратной волны становится нечеткой и эффекты связанные с ZVG модой размываются.

Для объяснения наблюдаемых различий анализируется изменение траектории движения полюсов, порождающих обратную моду, в комплексной плоскости волнового числа при погружении волновода в жидкость. В этом случае полюса классических волн Лэмба сдвигаются с вещественной оси (рис. 3а и 3б), а комплексные полюса перестают быть комплексно-сопряженными. С ростом частоты они также движутся навстречу друг другу, но зеркальная симметрия относительно вещественной оси уже не сохраняется и они не доходят до вещественной оси, а разворачиваются и движутся вдоль нее, оставаясь в комплексной плоскости (вытекающие бегущие волны). Таким образом, полюса не сливаются в двукратный, и классическая мода с нулевой групповой скоростью не образуется.

Особый интерес представляют кажущиеся необычными энергетические свойства вытекающих обратных волн (*I.A. Nedospasov, V.G. Mozhaev, I.E. Kuznetsova, Ultrasonics, 2017*), связанные с противоположным направлением горизонтальных составляющих плотности потока энергии в разных частях его вертикально профиля (рис.11(а,б)).

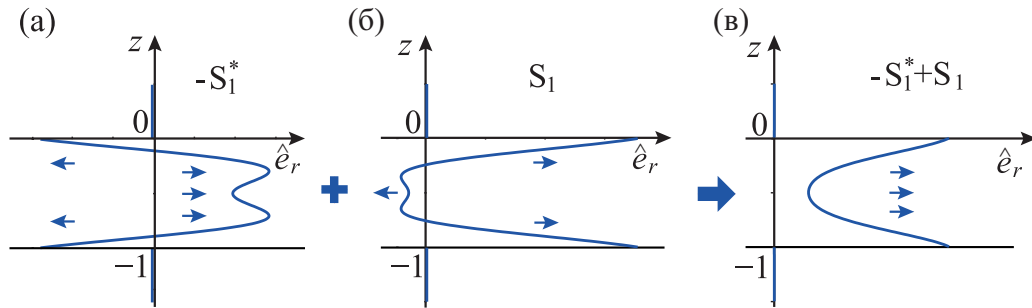


Рис. 11: Вертикальные профили плотности энергии  $\hat{e}_r(z)$  для мод  $S_1$  и  $S_1^*$  и их суммы на частоте  $\omega = 5.5$ .

Однако, квазиобратная мода  $-S_1^*$  и мода  $S_1$  составляют неразрывную пару. Вклад вычетов в соответствующих полюсах всегда входит в решение одновременно, и профиль плотности энергии суммарной моды уже не содержит составляющих, направленных к источнику (рис. 11в). Появление компонент вектора плотности энергии общего поля, направленных к источнику, не означает, что волновая энергия переносится из бесконечности до источника. В ближней зоне значительным становится вклад вычетов в комплексных полюсах, и суммарный поток энергии разворачивается от источника на бесконечность более мощным потоком энергии прямого поля источника. В общем

поле обратные векторы  $\mathbf{e}$  обычно указывают на появление энергетических вихрей, т.е. пространственных областей, в которых усредненная по времени энергия циркулирует по замкнутым траекториям без притока или оттока. Полный поток энергии через любое поперечное сечение вихревой области равен нулю, следовательно, они не нарушают энергетический баланс.

В **заключении** приводится сводка основных результатов, полученных в рамках выполнения работы.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

*Статьи в изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science Core Collection, учитываемые в Перечне ВАК:*

1. Glushkov, E.V. Backward waves and energy fluxes excited in acoustic medium with an immersed plate / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, O.A. Miakishева // Ultrasonics. — 2019. — Vol. 94. — P. 158–168.

*Статьи в изданиях, входящих в Перечень ВАК:*

2. Глушков, Е.В. Распределение энергии ультразвукового излучателя между бегущими волнами, возбуждаемыми в погруженном упругом волноводе / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, О.А. Мякишева // Акуст. журн. — 2019. — Т. 65, № 6. — С. 723–735.

Glushkov, E.V. The distribution of energy of ultrasonic transducer between the traveling waves excited in a submerged elastic waveguide / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, O.A. Miakishева // Acoustical Physics. — 2019. — Vol. 65, no. 6. — P. 623–633.

3. Мякишева, О.А. Взаимодействие сферических волн с пластиной, погруженной в жидкость / О.А. Мякишева // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. — 2017. — Вып. 3. — С. 38–45.

*Статьи в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus, учитываемые в Перечне ВАК:*

4. Fomenko, S.I. Leaky and guided wave asymptotics in acoustics of fluid with an immersed elastic plate / S.I. Fomenko, O.A. Miakishева // Proceedings of the International Conference Days on Diffraction (June 4-8, 2018, St. Petersburg). — 2018. — P. 209–213.

5. Glushkov, E.V. Advanced characterization of laminate fiber-reinforced composite materials with elastic guided waves and non-contact measurement techniques / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, R. Lammering, A.A. Eremin, O.A. Miakishева // Advanced Materials, Techniques, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceedings in Physics. — 2017. — Vol. 193. — P. 285–292.



6. Glushkov, E.V. The interaction of sound and ultrasound waves with multilayered elastic plates immersed in acoustic fluid / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, O.A. Miakishева // Proceedings of the International Conference Days on Diffraction (May 25-29, 2015, St. Petersburg). — 2015. — P. 74-78.

7. Glushkov, E.V. Guided wave generation and source energy partition in acoustic fluid with an immersed elastic plate / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, O.A. Miakishева // Proceedings of the International Conference Days on Diffraction (June 27 - July 1, 2016, St. Petersburg). — 2016. — P. 166-170.

8. Glushkov, E.V. Resonance transmission and backward leaky waves in the coupled system: ultrasound transducer – acoustic fluid – immersed plate / E.V. Glushkov, N.V. Glushkova, O.A. Miakishева // Proceedings of the International Conference Days on Diffraction (June 19 – 23, 2017, St. Petersburg). — 2017. — P. 134–140.

9. Miakishева, O.A. Wave Energy Evaluation for Ultrasonic Air-Coupled Material Characterization / O.A. Miakishева, E.V. Glushkov, N.V. Glushkova // Advanced Materials, Techniques, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceedings in Physics. — 2018. — Vol. 207. — P. 389–402.

***Прочие публикации:***

10. Глушков, Е.В. Моделирование возбуждения бегущих волн в слоистых упругих структурах контактными и бесконтактными пьезоактуаторами / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, А.А. Евдокимов, А.А. Еремин, О.А. Мякишева // Материалы XXI международного симпозиума "Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред" им. А.Г. Горшкова (16-20 февраля 2015, г. Кременки). — 2015. — Т. 2. — С. 24–25.

11. Глушков, Е.В. Определение и контроль изменения характеристик слоистых пластин на основе бесконтактного измерения волновых полей / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, А.А. Еремин, О.А. Мякишева // Труды XVIII Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» ( 7-10 ноября 2016, Ростов-на-Дону).— 2016. — Т. 1. — С. 145–149.

12. Глушков, Е.В. Математическое и компьютерное моделирование акустического зондирования слоистых упругих материалов / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, О.А. Мякишева // Материалы XXV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (18-22 марта 2019, г. Кременки). — 2019. — Т. 1. — С. 67–68.

13. Мякишева, О.А. Моделирование волнового поля акустического микроскопа / О.А. Мякишева // Материалы XIV объединенной научной конференции студентов и аспирантов факультета компьютерных технологий и при-

кладной математики «Прикладная математика XXI века» (9-12 апреля 2014, Краснодар). — 2014. — С. 92.

14. Мякишева, О.А. Моделирование взаимодействия акустического волнового поля с упругой пластиной, погруженной в акустическую жидкость / О.А. Мякишева // Материалы XV объединенной научной конференции студентов и аспирантов факультета компьютерных технологий и прикладной математики «Прикладная математика XXI века» (10-13 апреля 2015, Краснодар). — 2015. — С. 145.

### ***Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ***

15. Свидетельство о государственной регистрации № 2016615608 от 26 мая 2016. Программный комплекс для расчета мощности точечного источника в акустической среде с упругим слоем “Acoust EL” / Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Мякишева О.А. — № 2016612878; заявл. 01.04.2016. — 1 с.

16. Свидетельство о государственной регистрации № 2016616606 от 15 июня 2016. Программный комплекс для расчета мощности точечного источника в трехслойном акустическом пространстве “Acoust3” / Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Мякишева О.А. — № 2016613922; заявл. 20.04.2016. — 1 с.

МЯКИШЕВА ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ АКУСТИЧЕСКОГО  
ЗОНДИРОВАНИЯ СЛОИСТЫХ УПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ**

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук