

Лекция 14

Автокорреляция: Устранение

Учебные цели и задачи

Студент должен быть способен:

- Использовать процедуру обобщенного метода наименьших квадратов для устранения автокорреляции
- Понимать различные методы оценки ρ
- Описывать иные способы работы в условиях автокорреляционной проблемы

14.1 Введение

На предыдущей лекции 13 было указано, что когда ошибки коррелированы, оценки полученные с помощью МНК – неэффективны (они LUE но никак не BLUE)

Для возможности исправления автокорреляционной ситуации необходимо иметь дополнительные знания о природе взаимодействия и зависимости между случайными членами

Модель регрессии

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t$$

Нет автокорреляции: $\text{Cov}(u_t, u_{t-s})$
or $E(u_t, u_{t-s}) = 0$

Автокорреляция: $\text{Cov}(u_t, u_{t-s}) \neq 0$
or $E(u_t, u_{t-s}) \neq 0$

Способы устранения

- Респецификация: Включение в модель лагированных и фиктивных переменных (особенно в случае работы с сезонными данными)
- Обобщенный МНК
- Newey-West устойчивые стандартные ошибки

14.2 Обобщенный МНК

$$\text{AR}(1) : \quad u_t = \rho u_{t-1} + v_t$$

ПОДСТАВИМ
ВМЕСТО u_t

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \rho u_{t-1} + v_t$$

Теперь надо “избавиться” от u_{t-1}

(далее)



$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \rho u_{t-1} + v_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t$$

$$u_t = Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}$$

$$u_{t-1} = Y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{2t-1} - \beta_3 X_{3t-1}$$

ошибки
с лагом
один

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \rho(Y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{2t-1} - \beta_3 X_{3t-1}) + v_t$$

(далее)



$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \rho(Y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{2t-1} - \beta_3 X_{3t-1}) + v_t$$

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + v_t$$

$$Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2 X_{2t}^* + \beta_3 X_{3t}^* + v_t$$

получили
новое
выражение,
где:

$$Y_t^* = (Y_t - \rho Y_{t-1}),$$

$$\beta_1^* = \beta_1(1 - \rho),$$

$$X_{2t}^* = (X_{2t} - \rho X_{2t-1}),$$

$$X_{3t}^* = (X_{3t} - \rho X_{3t-1})$$

Проблемы оценки **этой модели**:

1. Одно наблюдение используется для создания трансформированных (лаговых) переменных оставляя лишь $(n-1)$ наблюдений для оценки модели.
2. Значение ρ не известно. Мы должны найти способы его оценки.

14.3 Оценка неизвестного значения ρ

- Оценка ρ из остатков МНК
- Оценка ρ из d статистики Durbin-Watson
- Cochrane-Orcutt метод оценки ρ

Оценивание ρ из остатков МНК

Сначала, используем наименьшие квадраты для оценки модели:

$$Y_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

Остатки, полученные в результате оценивания:

$$e_t = Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2t} - \hat{\beta}_3 X_{3t}$$

Далее, оцениваем следующее выражение МНК:

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t$$

Используем это ρ для GLS, подставляя его в:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1 (1 - \rho) + \beta_2 (X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3 (X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + v_t$$

Оценивание ρ из d статистики Durbin-Watson

Из предыдущей лекции имеем:

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho})$$

Таким образом

$$\hat{\rho} \approx 1 - \frac{d}{2}$$

Используем это ρ для GLS, подставляя его в:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + v_t$$

Оценивание ρ используя процедуру Cochrane-Orcutt

Наиболее аккуратный метод получения ρ

Шаг 1: оценить регрессию и получить остатки

Шаг 2: оценить

Шаг 3: Используем это ρ для GLS, подставляя $\hat{\rho}$ в:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + v_t$$

Оценивание ρ используя процедуру Cochrane-Orcutt

Шаг 4: Предыдущие шаги повторяются (итерируют)
Пока результаты очередной итерации приводят
к малым изменениям ρ
(будем говорить о сходимости)

Это требует подстановки значений полученных на
шаге 3 в исходную регрессию
(оцениваемую на шаге 1)

14.4 Иные способы устранения

- **Респецификация:**

Включение в модель дополнительных переменных и их лагов может устранить автокорреляцию происходящую из мисспецификации

- Устойчивые стандартные ошибки **Newey-West**:

Фокусируется на подгонке стандартных ошибок оцениваемых значений
(Эта процедура встроена в EViews)

